

Ricardo Luiz Scheufele

**ANÁLISE DE UM MOTOR DE HISTERESE CILÍNDRICO  
BIFÁSICO COM FLUXO CIRCUNFERENCIAL VIA CIRCUITO  
EQUIVALENTE**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-  
Graduação em Engenharia Elétrica da  
Universidade Federal de Santa Catarina  
para a obtenção do Grau de Mestre em  
Engenharia Elétrica

Orientador: Prof. Dr. Jean Viane Leite

Coorientador: Prof. Dr. Patrick Kuo-Peng

Florianópolis  
2016

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor  
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária  
da UFSC.

A ficha de identificação é elaborada pelo próprio autor  
Maiores informações em:  
<http://portalbu.ufsc.br/ficha>

Ricardo Luiz Scheufele

**ANÁLISE DE UM MOTOR DE HISTERESE CILÍNDRICO  
BIFÁSICO COM FLUXO CIRCUNFERENCIAL VIA CIRCUITO  
EQUIVALENTE**

Esta Dissertação foi julgada adequada para obtenção do Título de “Mestre”, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Florianópolis, 18 de março de 2016.

---

Prof. Carlos Galup Montoro, Dr.  
Coordenador do Curso

---

Prof. Jean Viane Leite, Dr.  
Orientador  
Universidade Federal de Santa Catarina

---

Prof. Patrick Kuo-Peng, Dr.  
Coorientador  
Universidade Federal de Santa Catarina

**Banca Examinadora:**

---

Prof. Patrick Dular, Dr.  
Universidade de Liège

---

Prof. Laurent Didier Bernard, Dr.  
Universidade Federal de Santa Catarina

---

Prof. Walter Pereira Carpes Júnior, Dr.  
Universidade Federal de Santa Catarina



Este trabalho é dedicado à minha  
família e aos colegas de GRUCAD.



## **AGRADECIMENTOS**

Gostaria de agradecer inicialmente aos meus pais pelo suporte financeiro e afetivo durante esses dois anos de trabalho e estudo.

À Capes, pelo interesse e amparo financeiro para a pesquisa.

À Embraco S. A. pela compreensão e estímulo em realizar a conclusão de Mestrado.

À toda equipe que trabalha no GRUCAD, professores, funcionários da limpeza e Celly pelo apoio e trabalho bem feito durante esses anos de dedicação quase diária.

Aos meus colegas de GRUCAD, pelo tempo que passamos juntos. Definitivamente, foi o convívio amistoso e saudável que fez com que eu visualizasse o tempo a ser passado em laboratório como motivo para alegria e empolgação. Em destaque, aos colegas Carlos Wengerkievicz e Ricardo Elias pelo auxílio na realização de ensaios no laboratório. ao doutorando Juliano Padilha, pelas horas discutindo tanto o detalhamento mais sofisticado quanto as principais generalidades do assunto apresentado neste texto; e, maiormente, ao IC Ericson Meier pela assistência prestada em atividades rotineiras e pela confecção das figuras presentes neste texto.

Por fim, ao coorientador deste trabalho, Patrick Kuo-Peng, pela solicitude e colaboração, e, principalmente, ao meu orientador e amigo Jean Viane Leite por toda a assistência prestada, pelo tempo dispendido por minha necessidade conversando sobre assuntos que inclusive excediam o escopo do trabalho e, com certeza, pela influência intelectual. Se tivesse que mudar alguma coisa na abordagem técnica durante esses dois anos, seria termos conversado mais.

A todos vocês, reitero meu **MUITO OBRIGADO**.





“A ciência é o grande antídoto do veneno do entusiasmo e da superstição.”

(Adam Smith)



## RESUMO

Esta dissertação apresenta os principais aspectos referentes ao motor de histerese: sua evolução técnica através dos anos, as diferentes topologias estudadas e as principais perspectivas em cima dessa tecnologia. Focando principalmente no caso de um motor cilíndrico de fluxo circunferencial bifásico, são apresentadas as diferentes abordagens desenvolvidas acerca da modelagem por meio de circuitos equivalentes, além da confecção de uma rotina de cálculos que permita, utilizando informações geométricas de um motor, fazer uso dessas técnicas a fim de levantar suas curvas de funcionamento. Os resultados são então comparados com medições realizadas para um motor real ensaiado tendo como carga um freio eletromagnético. Os resultados apontam hipóteses formadoras deficientes para um dos métodos enquanto são mais apropriadas para o outro. Dessa forma, é possível avaliar adequadamente se as escolhas das proposições iniciais para o desenvolvimento de circuitos equivalentes são consistentes com as características peculiares dessa máquina.

**Palavras-chave:** Motor de histerese. Circuito equivalente. Histerese magnética.



## **ABSTRACT**

This master's degree dissertation presents the main aspects regarding the hysteresis motor: its technical evolution over the years, the possible topologies and the main perspectives on this technology. Focusing particularly in the case of a two-phase circumferential flux cylindrical motor, different modeling approaches are developed by means of equivalent circuits, besides the producing of routine calculations so that, by means of motor geometrical information, these techniques can be used in order to acquire the machine performance curves. The results are then compared to measurements made for a real motor tested in an electromagnetic brake. The results indicate forming hypotheses disabled to one of methods whilst they are better for the other one. Thus, it is possible to properly assess whether the choices of the initial proposals for the development of equivalent circuits are consistent with the peculiar characteristics of this machine.

**Keywords:** Hysteresis motor. Equivalent circuit. Magnetic hysteresis.



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1- Motor de histerese cilíndrico.....	26
Figura 2 - Representação simplificada de um motor de histerese. ....	29
Figura 3 - Representação da curva de torque do motor de histerese. ....	30
Figura 4 - Representação do formato de histerese como um paralelogramo e como uma elipse. ....	32
Figura 5 - Representação simplificada de um rotor de motor de histerese com ímãs inseridos na estrutura do rotor. ....	33
Figura 6 - Representação de motores de histerese cilíndricos.....	35
Figura 7 - Representação de um motor de histerese de fluxo axial.....	36
Figura 8 - Motor de disco. Baseado em Darabi, Sadeghi e Hassania (2011). ....	37
Figura 9 - Efeitos em um ponto do anel de histerese submetido a um campo magnético. ....	38
Figura 10 - Laço de histerese.....	39
Figura 11- Curva BH no tempo. ....	40
Figura 12 - Representação BH da curva de histerese.....	41
Figura 13 - Representação elíptica da histerese magnética. ....	42
Figura 14 - Efeitos da variação de carga na curva BH e na distribuição da indução no rotor.....	43
Figura 15 - Orientações dos eixos no rotor do motor de histerese. ....	45
Figura 16 - Representação do caminho do fluxo magnético. ....	51
Figura 17 - Circuitos equivalentes do motor de histerese por fase.....	54
Figura 18 - Circuito equivalente para o caso do fluxo radial. ....	55
Figura 19 - Histerese magnético na forma de paralelogramo. ....	56
Figura 20 - Transformações para se chegar ao modelo retangular de histerese. ....	57
Figura 21 - Caminho magnético no motor de histerese. Extraído de (COPELAND; SLEMON, 1964) .....	59
Figura 22- Representação das relutâncias devido à histerese.....	60
Figura 23 - Circuito equivalente convencional .....	60
Figura 24 - Circuito simplificado.....	61
Figura 25 - Anel prestes a ser ensaiado.....	63
Figura 26- Curvas B-H para diferentes valores de indução de pico.....	65
Figura 27 - Representação via paralelogramo da histerese para $f = 60\text{Hz}$ , $B = 0,8\text{T}$ .....	66
Figura 28- Valores dos elementos do circuito equivalente para $s = 1$ .....	67
Figura 29 - Elementos do circuito equivalente para o caso do paralelogramo com $B_r = 0,75$ . ....	67
Figura 30 - Torque-velocidade. Relatório técnico Equacional (2015). ....	68
Figura 31 – Bancada para ensaios.....	69
Figura 32 - Motor de histerese montado em bancada. Vista lateral. ....	69
Figura 33 - Dados medidos e calculados para a corrente de fase do motor considerando profundidade de penetração do fluxo.....	71
Figura 34 - Dados medidos e calculados para o torque do motor considerando a profundidade de penetração de fluxo. ....	71

Figura 35 - Dados medidos e calculados para a corrente de fase do motor sem considerar a profundidade de penetração do fluxo. ....	72
Figura 36 - Dados medidos e calculados para o torque do motor sem considerar a profundidade de penetração de fluxo. ....	72
Figura 37 – Torque (N.m) vs Velocidade (rpm) .....	74
Figura 38 - Br(T) vs Torque (N.m).....	75
Figura 39 - Br(T) x Corrente do estator(A) .....	75
Figura 40 - Representação da ranhura do estator. ....	84
Figura 41 - Dados geométricos do rotor. Extraído de Relatório técnico Equacional (2015). ....	110
Figura 42 - Dados das bobinas. Extraído de Relatório técnico Equacional (2015). ....	111
Figura 43 - Dados das bobinas. Extraído de Relatório técnico Equacional (2015). ....	112



## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Relatório de saída Brockhaus MPG 100.....	63
Quadro 2- Variáveis adquiridas e calculadas pelos dados de ensaio.....	66
Quadro 3- Valores de permeabilidades saturada e não saturada da curva de histerese. ....	66
Quadro 4 - Valores para circuito equivalente. ....	67
Quadro 5 - Primeiro conjunto de dados do ensaio. ....	70
Quadro 6 - Segundo conjunto de dados do ensaio. ....	70
Quadro 7 - Comparação valores ensaiados e calculados para torque.....	73
Quadro 8 - Comparação valores ensaiados e calculados para corrente.....	73
Quadro 9 - Relação energia x Frequência. ....	73
Quadro 10 - Dados genéricos do motor de histerese.....	110



## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

GRUCAD - Grupo de Concepção e Análise de Dispositivos Eletromagnéticos  
HP – *Horsepower*  
MATLAB - *Matrix Laboratory*  
MH - Motor de Histerese  
MHBC - Motor de histerese bifásico cilíndrico  
MEF - Método de Elementos Finitos  
BH - Curva Indução Magnética por Campo magnético  
 $\psi$  - Coeficiente para ajuste da resistividade  
 $\alpha$  - Variável auxiliar na obtenção das variáveis a e b  
 $\beta$  - Variável auxiliar na obtenção das variáveis a e b  
 $\nabla$  - Operador nabla  
 $\eta$  - Defasagem do ângulo Bmod  
 $\gamma$  - Ângulo entre bobinas do grupo de fase  
 $\rho$  - Resistividade elétrica do condutor  
 $\rho_t$  - Resistividade na temperatura de trabalho  
 $\rho_0$  - Resistividade na temperatura ambiente  
 $\mu$  - Permeabilidade magnética  
 $\mu_0$  - Permeabilidade magnética no vácuo  
 $\mu_p$  - Permeabilidade magnética auxiliar  
 $\mu_{r0}$  - Permeabilidade magnética não saturada de histerese  
 $\mu_{rs}$  - Permeabilidade magnética saturada de histerese  
 $\omega$  - Velocidade angular do rotor  
 $\omega_b$  - Velocidade angular síncrona  
 $\omega_r$  - Velocidade angular do rotor  
 $\sigma$  - Condutividade elétrica  
 $\sigma_h$  - Variável auxiliar para cálculo da potência de histerese  
 $\sigma_e$  - Variável auxiliar para cálculo da potência de corrente parasita  
 $\tau$  - Passo polar  
 $\phi$  - Fluxo magnético no entreferro  
 $\phi_0$  - Ângulo de referência da corrente  
a - Número de caminhos paralelos  
c - Variável auxiliar  
 $c_r$  - Parte real da variável c  
 $c_i$  - Parte imaginária da variável c  
d - Variável auxiliar para o cálculo de  $B_{mod}$   
 $d_1$  - Altura do pescoço de ranhura vertical

$d_2$  - Altura do pescoço de ranhura inclinado  
 $d_3$  - Altura de corpo de ranhura  
 $d_{\text{bob}}$  - Ângulo de alcance de bobina  
 $e$  - Variável auxiliar para o cálculo de  $B_{\text{mod}}$   
 $f$  - Frequência  
 $g$  - Entreferro  
 $i$  - Corrente por fase  
 $j$  - Unidade imaginária de um número complexo  
 $h$  - Raio médio do anel de histerese  
 $k$  - Ordem da harmônica considerada  
 $l$  - Comprimento de pacote  
 $m$  - Número de fases  
 $n$  - Número de ranhuras por grupo de bobinas  
 $o$  - Passo de bobina  
 $p$  - Número de par de polos  
 $p_{\text{bob}}$  - Passo de bobina em graus  
 $q_a$  - Variável auxiliar para o cálculo de  $Q$   
 $q_b$  - Variável auxiliar para o cálculo de  $Q$   
 $r$  - Distância arbitrário do eixo até algum ponto no próprio rotor  
 $r_g$  - Raio médio de entreferro  
 $s$  - escorregamento  
 $t$  - tempo  
 $t_r$  - Espessura do rotor  
 $v$  - Número de lâminas do pacote  
 $x$  - Posição na direção  $x$  do rotor  
 $x_g$  - Reatância equivalente de entreferro  
 $x_r$  - Reatância do rotor de histerese para método da elipse  
 $w_1$  - Espessura da abertura de ranhura  
 $w_2$  - Espessura inicial de corpo de ranhura  
 $w_c$  - Número de caminhos em cada condutor  
 $y$  - Direção  $y$  do eixo de referência do rotor  
 $z$  - Eixo para altura em coordenadas cilíndricas  
 $B$  - Indução magnética  
 $B_g$  - Indução magnética no entreferro  
 $B_{\text{gm}}$  - Amplitude da indução magnética no entreferro  
 $B_m$  - Amplitude da indução magnética  
 $B_x$  - Indução na direção  $x$   
 $B_y$  - Indução na direção  $y$   
 $D_w$  - Área ocupada pela bobina em uma ranhura  
 $E_p$  - Tensão induzida pela histerese magnética  
 $FM$  - Força magnetomotriz

$FM_0$  - Força magnetomotriz por unidade angular  
 $FM_{g0}$  - Força magnetomotriz no entreferro por unidade angular  
 $FM_{h0}$  - Força magnetomotriz no anel por unidade angular  
 $F_h$  - Força de histerese  
 $F_p$  - Força por polo  
 $H$  - Campo magnético  
 $H_c$  - Campo coercitivo  
 $H_g$  - Campo magnético no entreferro  
 $H_h$  - Campo magnético no anel de histerese  
 $H_x$  - Campo magnético na direção x  
 $H_y$  - Campo magnético na direção y  
 $H_z$  - Campo magnético na direção z  
 $H_m$  - Amplitude do campo magnético  
 $I$  - Amplitude da corrente por fase  
 $I_r$  - Corrente no rotor  
 $I_g$  - Corrente equivalente no entreferro  
 $J$  - Densidade de corrente  
 $K$  - Relação entre o campo magnético considerado e o real  
 $K_d$  - Fator de distribuição do enrolamento  
 $K_p$  - Fator de passo do enrolamento  
 $K_w$  - Fator de enrolamento  
 $L$  - Comprimento médio do condutor  
 $L_e$  - Comprimento externo médio do condutor  
 $L_i$  - Comprimento interno médio do condutor  
 $M$  - Momento de um dipolo magnético  
 $N$  - Número de espiras médio por fase por polo considerando fator de enrolamento  
 $N_c$  - Número de espiras por bobina  
 $N_k$  - Número e espiras por fase considerando fator de enrolamento para harmônica de ordem k  
 $N_s$  - Número de ranhuras do estator  
 $P_h$  - Potência útil por histerese  
 $P_{bob}$  - Passo de bobina em número de ranhuras  
 $P_e$  - Potência útil da corrente parasita  
 $P$  - Número de polos total  
 $P_{1s}$  - Taxa de permeância  
 $Q$  - Variável auxiliar  
 $R_{bob}$  - Resistência da bobina  
 $R_H$  - Resistência equivalente de corrente parasita  
 $R_f$  - Resistência por fase  
 $R_{g0}$  - Relutância de entreferro por ângulo

$R_{ie}$  - Raio interno do estator  
 $R_{p0}$  - Relutância incremental saturada por ângulo  
 $R_{00}$  - Relutância incremental não saturada por ângulo  
 $R_h$  - Resistência equivalente de histerese  
 $R$  - Distância média geométrica da bobina dela mesma  
 $R_e$  - Raio da circunferência da cabeça de bobina  
 $S$  - Número de ranhuras do estator  
 $S_w$  - Área da seção transversal do condutor  
 $S_h$  - Área da curva de histerese  
 $T_p$  - Torque por polo  
 $T$  - Torque no eixo  
 $T_0$  - Temperatura inicial  
 $TT$  - Temperatura de trabalho  
 $T_c$  - Número de espiras na bobina  
 $T_p$  - Torque por polo  
 $V_{g1}$  - Tensão no entreferro  
 $V_r$  - Volume do anel do rotor  
 $W$  - Número máximo de bobinas por fase  
 $W_h$  - Perda por histerese  
 $W_e$  - Perda por corrente parasita  
 $X_{1s}$  - Taxa de permeância  
 $X_1$  - Reatância de dispersão do estator  
 $X_r$  - Reatância do rotor  
 $Z_r$  - Impedância do rotor  
 $Z_g$  - Impedância de entreferro

## SUMÁRIO

<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>25</b>
1.1 OBJETIVOS	27
1.1.1 Objetivo Geral	27
1.1.2 Objetivos Específicos	27
1.2 ESTRUTURA DO TRABALHO	27
<b>2 MOTOR DE HISTERESE</b>	<b>29</b>
2.1 INFORMAÇÕES GERAIS	29
2.2 EVOLUÇÃO EM TORNO DA PESQUISA DO MOTOR DE HISTERESE	31
2.3 CLASSIFICAÇÕES DO MOTOR	34
<b>3 MODO DE FUNCIONAMENTO</b>	<b>38</b>
3.1 MÉTODO DA ELIPSE	41
3.1.1 Desenvolvimento da teoria	44
3.1.1.1 Expressões no anel de histerese	48
3.1.1.1.1 Saídas de histerese	48
3.1.1.1.2 Saídas de corrente parasita	49
3.1.2 Circuito Equivalente	50
3.2 MÉTODO DO PARALELOGRAMO	55
<b>4 RESULTADOS E DISCUSSÃO</b>	<b>63</b>
4.1 AQUISIÇÃO DE DADOS DO MATERIAL MAGNÉTICO	63
4.2 OBTENÇÃO DE GRANDEZAS PARA CÁLCULO DE ELEMENTOS DO CIRCUITO EQUIVALENTE	65
4.3 APRESENTAÇÃO DAS CURVAS DO MOTOR E COMPARAÇÃO DE RESULTADOS	68
<b>5 CONSIDERAÇÕES FINAIS</b>	<b>77</b>
<b>APÊNDICE A – Cálculo do fator de enrolamento</b>	<b>80</b>
<b>APÊNDICE B – Cálculo da resistência de enrolamento</b>	<b>82</b>
<b>APÊNDICE C – Cálculo da reatância de dispersão</b>	<b>84</b>
C.1 Reatância de ranhura	84
C.2 Reatância de cabeça de bobina	85

<b>APÊNDICE D – Rotinas em MATLAB</b>	<b>87</b>
D.1 Rotina para método da elipse	87
D.2 Rotina para método do paralelogramo	106
<b>ANEXO A - Dados do Motor de Histerese</b>	<b>110</b>
<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>113</b>



## INTRODUÇÃO

É usual que aplicações envolvendo magnetismo estejam incorporadas ao cotidiano das mais variadas sociedades espalhadas ao redor do planeta. Geralmente na forma de produtos, essa presença não se restringe unicamente à clássica imagem do ímã propriamente dito, preso à geladeira e à simples tarefa de lembrar afazeres. A necessidade por materiais magnéticos compreende componentes para a confecção de equipamentos sofisticados. É o caso de celulares, computadores e basicamente qualquer tipo de eletrodoméstico. A expansão de usabilidade destes dispositivos passa a impressão de sempre terem estado à disposição, tamanhas são a quantidade e a variedade dessas funções diárias.

Essa sensação mostra-se incorreta à medida em que se analisa a evolução histórica da relação de familiaridade entre o ser humano e os fenômenos eletromagnéticos. Ainda que a percepção da existência do magnetismo realmente seja milenar, suas aplicações não se estendiam ao terreno da engenharia. No período arcaico da Grécia Antiga (700 - 500 a.C.), por exemplo, em uma das primeiras referências documentadas sobre efeitos magnéticos, pensadores gregos justificavam a presença de almas em ímãs por meio da força de atração que esses materiais exerciam em pedaços de ferro (APPLETON, 1922). Mais do que isso, alguns arqueólogos levantam a possibilidade de que um povo pré-colombiano -- o olmeca -- já se utilizava das propriedades magnéticas terrestres a fim de servir como referência espacial durante a construção de estruturas para cerimoniais religiosos há mais de três mil anos (CARLSON, 1975).

Apesar do distanciamento considerável entre aquela época e os dias de hoje, os principais avanços reconhecidos nesse campo deram-se mais intensamente nos últimos duzentos anos com as descobertas de grandes nomes da ciência como Oersted, Faraday e outros. Notadamente, muitas das aplicações atuais demandam um conhecimento mais sofisticado no que concerne a parte de materiais magnéticos e, por isso, muitos esforços foram empregados a fim de estimular esse desenvolvimento. Dentro dessa conjuntura, aparece um fenômeno fundamental na explicação de comportamentos observados na natureza e no funcionamento de vários mecanismos modernos -- a histerese magnética.

Essa propriedade tem sua descoberta remetida ao século XIX e não tardou para que surgissem trabalhos relacionando a nova teoria a possibilidades de aplicação. Tratavam-se de ideias rudimentares que se estendiam desde a fabricação de dispositivos com auxiliares para a partida

em máquinas de indução (STEINMETZ, 1917) até a gênese de equipamentos mais complexos que se apoiem nessas características como base para seu funcionamento. Um exemplo desse último caso trata-se do motor elétrico de histerese (MH) que pode ser visualizado na Figura 1.

**Figura 1- Motor de histerese cilíndrico.**



Proposto formalmente há mais de cem anos (STEINMETZ, 1916), a teoria do motor de histerese trata de uma máquina que, em linhas gerais, utiliza-se unicamente do efeito da histerese magnética na produção de torque eletromagnético. Esse motor e suas variações, as quais serão brevemente apresentadas no Capítulo 2, possuem pouco conteúdo analítico disponível, especialmente em língua portuguesa, carecendo, portanto, de um texto que apresente tanto as raízes da teoria quanto suas evoluções, além de estudos mais recentes que abarquem essa generalidade.

Nesse ínterim, esta dissertação pretende fazer essa conciliação, expondo as bases teóricas, suas relações com a modelagem da histerese magnética do ponto de vista prático e a aplicação de todos esses elementos na elaboração de uma rotina de cálculos em MATLAB usando como referência prática um equipamento disponível em laboratório, além de uma avaliação dos métodos utilizados.

## 1.1 OBJETIVOS

### 1.1.1 Objetivo Geral

Este trabalho visa ao levantamento e exploração de algumas metodologias referentes à análise do motor de histerese cilíndrico bifásico de fluxo circunferencial (MHBC). Basicamente todo o estudo realizado segue os princípios presentes em textos considerados clássicos, principalmente no que se refere à obtenção de circuitos equivalentes, sendo que algum detalhamento mais moderno também é inserido na análise quando possível. O conteúdo exposto será utilizado para o desenvolvimento de uma rotina de cálculos para um motor específico a qual serão alinhados dados obtidos via realização de ensaios laboratoriais a fim de verificar a validade das metodologias expostas.

### 1.1.2 Objetivos Específicos

Os objetivos específicos são os seguintes:

- Levantamento bibliográfico referente ao motor de histerese;
- Aplicação de técnicas analíticas que se baseiem em circuitos equivalentes para o levantamento de curvas para o funcionamento do motor elétrico;
- Compreensão das grandezas envolvendo a realização de ensaios de caracterização de materiais por meio de testes de bancada;
- Confecção de uma rotina de cálculos baseada nos métodos levantados para a realização de estudos analíticos;
- Apresentação dos resultados de testes realizados e avaliação das diferentes metodologias utilizadas.

## 1.2 ESTRUTURA DO TRABALHO

No segundo capítulo serão delineados os principais pontos do desenvolvimento da teoria por trás do MH em termos de perspectiva histórica e justificativa prática, além do direcionamento que as novas publicações nessa área vêm tomando. Dada a pouca quantidade de trabalhos envolvendo equipamentos dessa natureza, serão também adicionados elementos introdutórios apresentando uma classificação desses motores referente a quesitos historicamente determinados.

No terceiro capítulo, o modo de funcionamento do motor de histerese é apresentado, assim como os dois principais métodos utilizados para interpretar o formato da curva característica da histerese magnética:

em forma de elipse ou de um paralelogramo. Concomitante a uma apresentação adequada dessas metodologias, serão apontadas melhorias sugeridas em outras obras do gênero e as principais utilizações das mesmas no estado da arte.

O quarto capítulo continua o foco nas metodologias apresentadas, mas demonstra como as utilizar no caso base de um motor de histerese bifásico de fluxo circunferencial. Dessa forma, expõe-se os dados levantados, além de uma análise comparativa dos métodos apresentados de modo que possibilite identificar a melhor abordagem para este caso.

No quinto capítulo, são feitas as considerações finais onde alguns pontos são retomados e outros inseridos num contexto de crítica qualitativa. Algumas análises qualitativas são também apresentadas, assim como são propostas novas linhas de estudo.

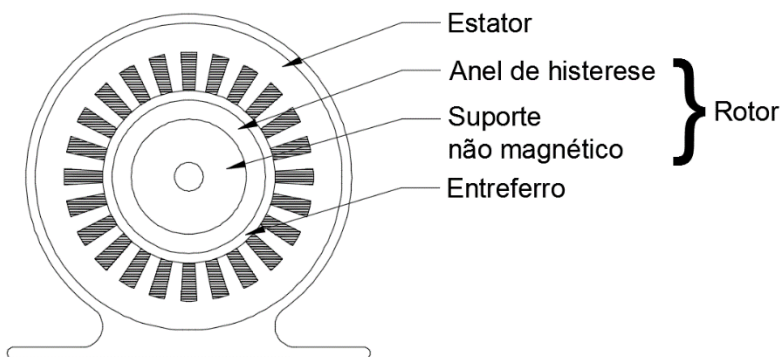
Por fim, são inseridos apêndices para a exposição de cálculos secundários como fator de enrolamento (Apêndice A), a reatância de dispersão (Apêndice B) e a resistência dos enrolamentos (Apêndice C), assim como dados geométricos do motor (Apêndice D) e as rotinas de cálculo em MATLAB (Apêndice E), sendo que, complementarmente às técnicas providas no texto, os dados fornecidos nessas seções permitem a reprodutibilidade dos valores numéricos usados e a obtenção dos resultados.

## 2 MOTOR DE HISTERESE

### 2.1 INFORMAÇÕES GERAIS

Ao se observar uma representação simplificada de um motor de histerese cilíndrico (Figura 2), é possível verificar tratar-se de uma máquina com características bastante peculiares. No rotor geralmente inexistem enrolamentos e até mesmo ranhuras, havendo, em sua seção mais externa, um anel formado por material classificado magneticamente como semiduro ou duro enquanto que, em sua região mais interna, existe uma peça constituída por outro material - geralmente não ferromagnético para o caso de fluxo circunferencial - fisicamente mais robusto e cuja finalidade é basicamente suporte mecânico. Diferentemente dessas singularidades na parte girante, o estator apresenta aspecto tradicional, possivelmente reaproveitado de projetos de motor de indução.

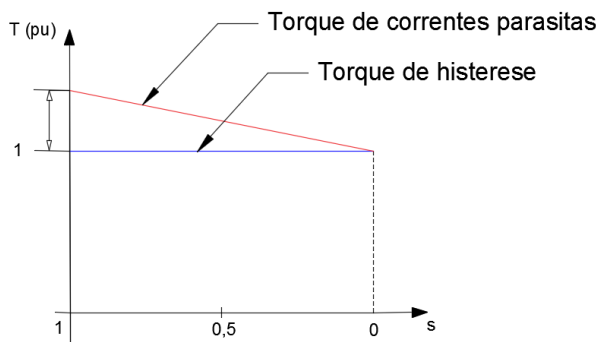
**Figura 2 - Representação simplificada de um motor de histerese.**



A produção de torque por meio da histerese magnética independe da presença de correntes parasitas ou de assimetria do rotor para todas as velocidades de rotação até a síncrona (TEARE, 1937). Essa propriedade pode ser visualizada na Figura 3 pela curva em azul onde o torque de histerese, sendo o valor nominal usado como referência, é constante e independente do escorregamento  $s$ . Uma outra componente de torque bastante comum é a que envolve correntes parasitas, diretamente proporcional à velocidade de rotação em relação à síncrona, e cuja

influência é perceptível por meio do traçado em vermelho na mesma figura.

**Figura 3 - Representação da curva de torque do motor de histerese.**



O motor de histerese é tipicamente usado em aplicações que demandam esse torque suave da etapa de partida até o regime permanente como é o caso de giroscópios (RAJAGOPAL, 2003), centrífugas a gás (NIASAR; MOGHBELLI, 2012) ou, mais antigamente, instrumentos acústicos e gravadores de fitas de áudio e vídeo (WAKUI; KEN'ICHI; HORII, 1983). Dentre as principais vantagens desse motor, destacam-se (AZIZUR RAHMAN; OSHEIBA, 1990; RAHMAN, 1973):

- Acionamento sem a necessidade de equipamentos auxiliares quando comparado com outras máquinas síncronas;
- Possibilidade de torque e aceleração constantes durante a etapa de partida para uma grande variação de carga;
- Dispensabilidade de ranhuras no rotor (ver Figura 2), característica que o faz ser de fácil projeto e manufatura, além de eliminar harmônicas de fluxo magnético decorrentes de sua presença, o que o torna um equipamento silencioso.

Ainda que o esboço de seu modo de funcionamento tenha sido estabelecido há várias décadas, o estudante atual de engenharia envolvido nos conhecidos circuitos equivalentes para motores elétricos comumente associa o conceito “histerese magnética” a uma situação de desperdício de energia, aquecimento do motor e redução de sua vida útil. A verdade é que, apesar da série de vantagens, há várias inconveniências que

comprometem a extensibilidade de sua aplicação conforme aponta o mesmo Rahman (1973):

- Alta corrente de magnetização;
- Baixa eficiência;
- Fator de potência reduzido.

Em vista disso, sua faixa de utilização restringiu-se a máquinas de dimensão reduzida, onde poderia competir com motores de indução tal como já previam os trabalhos iniciais sobre o assunto (STEINMETZ, 1917), ainda que a direção oposta tenha sido considerada em algumas situações (SLEMON; JACKSON; RAHMAN, 1977) e, para certas topologias híbridas, bons resultados tenham sido conseguidos para potências que se estendem até 60 HP (*Horsepower*) (MORASH; KNICK, 2001). Essas limitações do motor de histerese estão entre as razões para que sua pesquisa não se desenvolvesse com a mesma intensidade quanto para outros tipos de motores elétricos.

## 2.2 EVOLUÇÃO EM TORNO DA PESQUISA DO MOTOR DE HISTERESE

As primeiras ideias referentes ao motor de histerese remetem ao final do século retrasado. No entanto, foi apenas na década de trinta com o trabalho de Teare (1937) que uma teoria para esse tipo de máquina deu os primeiros passos dentro do ambiente acadêmico. A profundidade dessa teoria, baseada na aplicação do princípio do deslocamento virtual à eletromecânica, pode ainda ser observada em trabalhos recentes mais elaborados como em Mirimani et al. (2013) onde é utilizada conjuntamente com o Método de Elementos Finitos (MEF) para a simulação tridimensional de um motor de histerese.

O lugar onde a pesquisa sobre o motor de histerese tomou grandes proporções foi no Japão das décadas de sessenta a oitenta (KENJO, 2013) do século passado. De forma um pouco atrasada em relação aos outros países, pois foi apenas com a invasão de gravadores de fita norte-americanos que engenheiros japoneses aprenderam sobre as possibilidades desse motor, vários trabalhos surgiram englobando ideias prematuras à época tais como o projeto do motor de disco de fluxo circunferencial e de fluxo cilíndrico (ISHIKAWA; KATAOKA, 1981), rudimentos de como se adquirir um torque adicional de relutância por meio de certas configurações (WAKUI, 1978), além de estruturas

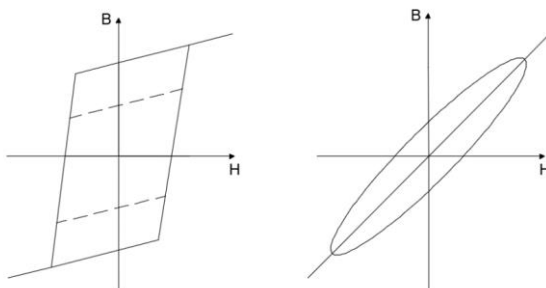
teóricas como a tentativa do estabelecimento de uma teoria unificada entre o MH e o motor de indução (KATAOKA, 1975).

Uma constante em todos esses trabalhos é o forte apelo analítico no desenvolvimento das ideias apresentadas, sendo que o destaque dentre essas obras trata-se de um conjunto de artigos que estudam o motor de histerese por meio de um circuito equivalente (MIYAIRI; KATAOKA, 1965, 1966). Apesar da latente não-linearidade que intuitivamente, devido à aumentada complexidade, emperraria uma análise adequada por esse método, as obras procuraram se servir de ideias antigas como é a representação da curva da histerese magnética por meio de uma figura elíptica, já compreendida explicitamente em Teare (1937), com a intenção de se obter um circuito equivalente apropriado.

No entanto, a ideia do circuito equivalente não é própria desses autores visto como alguns pesquisadores canadenses já a haviam introduzido alguns anos antes (COPELAND; SLEMON, 1963). A abordagem, por sua vez, era por meio da visualização da curva de histerese por meio da figura de um paralelogramo (comparação na Figura 4).

A aposta nesse tipo de abordagem ainda é bastante presente na pesquisa atual como na realização de estudos envolvendo a apreciação da sensibilidade do motor à variação de parâmetros construtivos da máquina (NIASAR; MOGHBELLI, 2012), na avaliação de sua resposta dinâmica (ZARE; NIASAR, 2013) ou mesmo como etapa inicial no projeto de motores elétricos (MODARRES; KWON, 2015). Vale destacar que essas duas figuras de mérito, no entanto, não são as únicas possíveis. O método de Preisach (CAO; LI, 2010) ou o de Jiles-Atherton (BENABOU; BOUAZIZ; CLÉNET, 2005) podem ser uma boa opção principalmente quando relacionadas ao MEF.

**Figura 4 - Representação do formato de histerese como um paralelogramo e como uma elipse.**

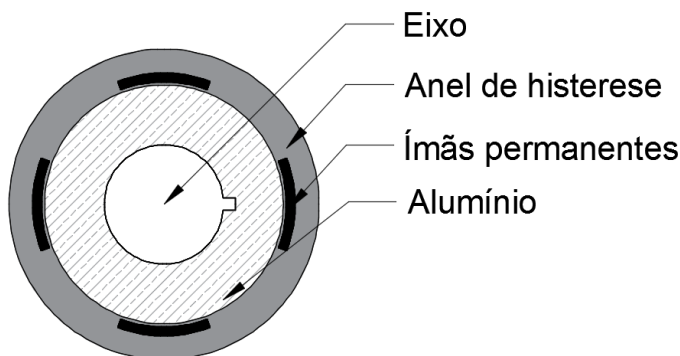




Posteriormente, já nos anos noventa e com uma crescente preocupação em se relacionar o MH com a operação de *drivers*, uma transformação dq0 equivalente (AZIZUR RAHMAN; OSHEIBA, 1990) ganhou força em meio ao desenvolvimento de pacotes computacionais voltados à Engenharia (BADEEB, 2005; REDDY MOULISWARARAO, 2012) que serviam à solução de sistemas dinâmicos, sendo utilizada, inclusive, até recentemente (RABBI; RAHMAN, 2014). Todavia, devido às dificuldades em se verificar a resposta dinâmica do motor disponível em laboratório e da similaridade com os métodos supracitados, sua apresentação não será realizada neste trabalho.

Devido às limitações citadas no início da Seção 2.1, uma prática recorrente desenvolvida por pesquisadores foi a tentativa de se valer de suas particularidades benéficas conjuntamente com características de motores de natureza distinta a fim de se conseguir uma topologia diferenciada que relacionasse o melhor de cada máquina. Como exemplo disso, há o motor de histerese que apresenta ranhuras no rotor para incluir um torque de relutância (AZIZUR RAHMAN; OSHEIBA, 1985; CHALMERS; CIRIC, 1974) ou, com a mesma finalidade, a utilização de um material anisotrópico no rotor (KUBOTA; WAKUI; ITAGAKI, 1998), a utilização de gaiolas no rotor e a evolução em torno do *written pole motor* (KIM et al., 2007; SMART, 1999) além dos vários casos de motores que procuram conciliar a presença de ímãs permanentes a fim de conseguir melhores características elétricas (RABBI; RAHMAN, 2015; RAHMAN et al., 1984; RIZK; HELLANY; NAGRIAL, 2011) e que podem ser visualizados na Figura 5.

**Figura 5 - Representação simplificada de um rotor de motor de histerese com ímãs inseridos na estrutura do rotor.**



Ao final do século passado, começaram a surgir trabalhos envolvendo técnicas numéricas aplicadas ao MH (KIM; JUNG; HONG, 1998; LEE et al., 1998). Hoje em dia, este é o principal escopo em que se encaixa a pesquisa em torno do MH, principalmente no que concerne ao modo como o material magnético é modelado e seus efeitos considerados (JAGIELA; GARBIEC; KOWOL, 2014; NASIRI-ZARANDI; MIRSALEM, 2015a).

Nem todos esses casos se restringem ao motor construído em forma cilíndrica e com fluxo magnético de distribuição circunferencial pelo rotor. Uma outra estratégia utilizada é a possibilidade de desenvolver várias topologias referentes à distribuição de fluxo nesse tipo de máquina, sendo esse, inclusive, um dos critérios para a sua classificação encontrada na literatura (ISHIKAWA; KATAOKA, 1981). Isso será visto com mais detalhes na seção 2.3.

## 2.3 CLASSIFICAÇÕES DO MOTOR

Conforme mencionado no Capítulo 1, o motor de histerese apresenta várias características estruturais simples que facilitam sua construção, no entanto não são todas essas máquinas que recaem na constituição da Figura 2. Em vista disso, serão expostas as possibilidades sobre como esse motor é encontrado na literatura para uma posterior análise de seu funcionamento com referência no já citado equipamento disponível em laboratório: um motor de histerese cilíndrico com fluxo circunferencial.

Caso sejam levados em consideração apenas motores de histerese puros, isto é, sem qualquer hibridização, há a possibilidade de fazer uma classificação baseada em sua estrutura mecânica – motor de disco ou cilíndrico – sendo popular, ainda, uma subdivisão para ambas essas situações centrada na orientação do fluxo magnético – radial ou circunferencial. Segundo Ishikawa e Kataoka (1981):

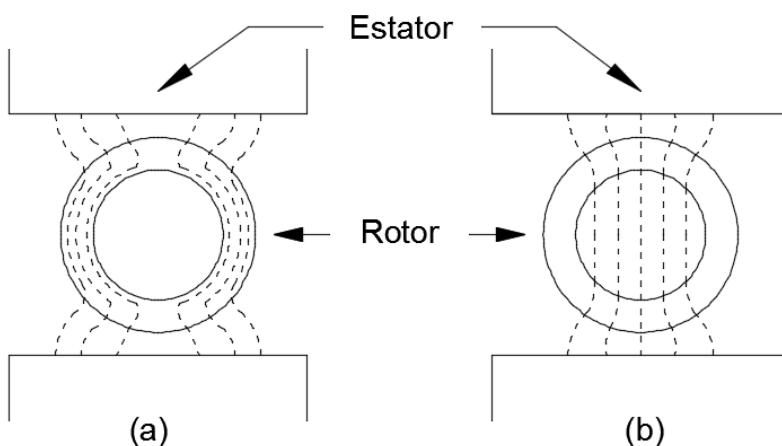
- Motor cilíndrico: Consiste na topologia clássica do motor de histerese. Apresenta um estator similar ao de uma máquina de indução e um rotor com anel de histerese. Apresenta distinções na subclassificação de acordo com o modo com o qual o fluxo magnético se comporta na região interna ao anel, o que está vinculado ao material presente nessa região.
  - Fluxo circunferencial: O suporte no rotor é formado por material não ferromagnético, o que implica, em uma

hipótese idealizada, de o fluxo magnético não o adentrar.

- Fluxo radial: O suporte no rotor é constituído por material ferromagnético, o que, por sua vez, possibilita o fluxo magnético de percorrer toda a sua extensão.

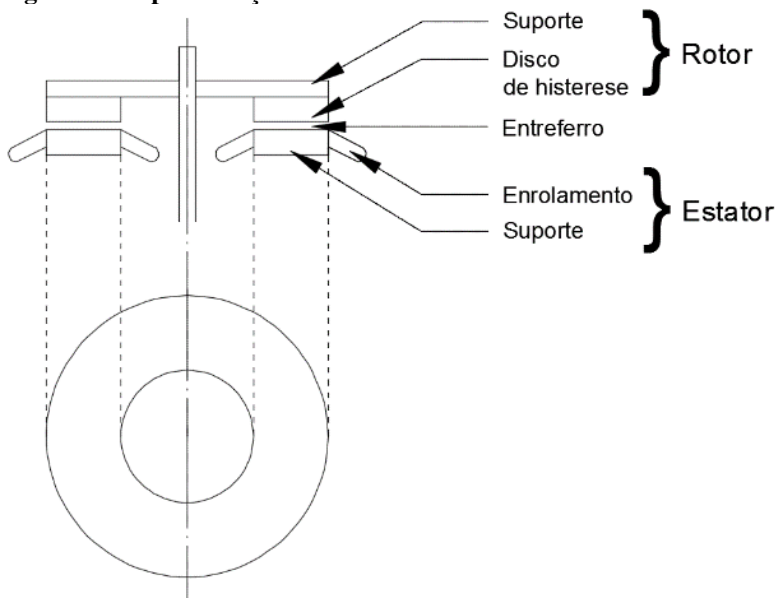
Uma representação simplificada de um motor cilíndrico de fluxo circunferencial e radial pode ser conferida na Figura 6, letras (a) e (b), respectivamente.

**Figura 6 - Representação de motores de histerese cilíndricos.**



- Motor de disco: Compreende um rotor formado por um anel histerético e, geralmente, um suporte mecânico e entreferro axial até o estator como na Figura 7. Ishikawa e Kataoka (1981) classificam-no em duas formas:
  - Fluxo circunferencial: O suporte do estator é formado por material não ferromagnético e supõe-se que o fluxo não adentra essa região, sendo o torque dessa máquina gerado inteiramente no anel de histerese.
  - Fluxo axial: O suporte do rotor é constituído de material ferromagnético. Essa também é uma fonte de torque para a máquina.

**Figura 7 - Representação de um motor de histerese de fluxo axial.**



Vale destacar que nem todos os autores seguem essa definição histórica de motor de fluxo axial e estendem esse conceito a vários casos que seriam considerados como motor de disco circunferencial.

Segundo Nasiri-Zarandi e Mirsalim (2015b) o motor de disco com fluxo axial dispõe de algumas vantagens em relação à topologia radial: apresenta melhor relação torque-volume, maior eficiência, além de ser mais compacto. Dentre as diversas configurações apresentadas, é a que apresenta maior quantidade de publicações recentes propondo novas geometrias e opções de uso. É o caso da utilização de dois anéis de histerese (DARABI; SADEGHI; HASSANNIA, 2011) envolvendo o estator (Figura 8) ou a presença de arcos adicionais de composição material diferenciada, não magnética, na produção de torque (MODARRES; KWON, 2015).

O circuito equivalente do motor cilíndrico de fluxo circunferencial será apresentado no Capítulo 3. A derivação de seu equacionamento será apresentada pelo mesmo modo como comumente na literatura são encontrados outros circuitos equivalentes e seus elementos para os motores de diversas topologias, sugerindo que essa topologia seja um “caso particular” de um conjunto maior. Logo, pode-se estender, com as

devidas ponderações, esse caso para o entendimento de outros motores como será visto nos capítulos subsequentes.

**Figura 8 - Motor de disco. Baseado em Darabi, Sadeghi e Hassania (2011).**



### 3 MODO DE FUNCIONAMENTO

O tipo de motor de histerese utilizado como referência neste trabalho será o cilíndrico de fluxo circunferencial para um caso bifásico conforme mencionado na seção 2.3. À medida do possível, no entanto, sempre que o desenvolvimento permitir, detalhes sobre motores de outros tipos (fluxo axial, radial) serão fornecidos.

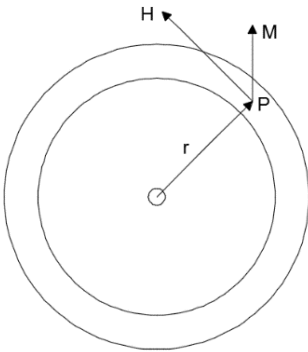
Teare (1937) procurou explicar o surgimento do torque de histerese magnética recorrendo a uma teoria qualitativa e obteve uma forma para derivar a expressão para essa grandeza por meio do campo magnético no rotor. Basicamente, o rotor seria um conjunto de dipolos atômicos submetidos a um campo magnético  $H$  resultante da força magnetomotriz do estator e da polarização de átomos vizinhos.

Na Figura 9 há uma representação em formato anelar com o revestimento convencional de material semiduro atravessado por certa quantidade de campo magnético, o qual interage com o momento do dipolo magnético  $M$  e tem, como efeito, o surgimento de uma força e um torque nessa estrutura segundo as equações (2.1) e (2.2), respectivamente.

$$\vec{F}_p = \vec{M} \cdot \nabla \vec{H} \quad (2.1)$$

$$\vec{T}_p = \vec{M} \times \vec{H} \quad (2.2)$$

**Figura 9 - Efeitos em um ponto do anel de histerese submetido a um campo magnético.**



Dessa forma, o torque total  $T_t$  a uma distância arbitrária  $r$  do centro do eixo pode ser visualizado como uma contribuição aditiva de ambas essas componentes segundo a Equação (2.3).

$$\vec{T}_t = \vec{T}_p + \vec{r} \times \vec{F}_p = \vec{M} \times \vec{H} + \vec{r} \times (\vec{M} \cdot \nabla \vec{H}) \quad (2.3)$$

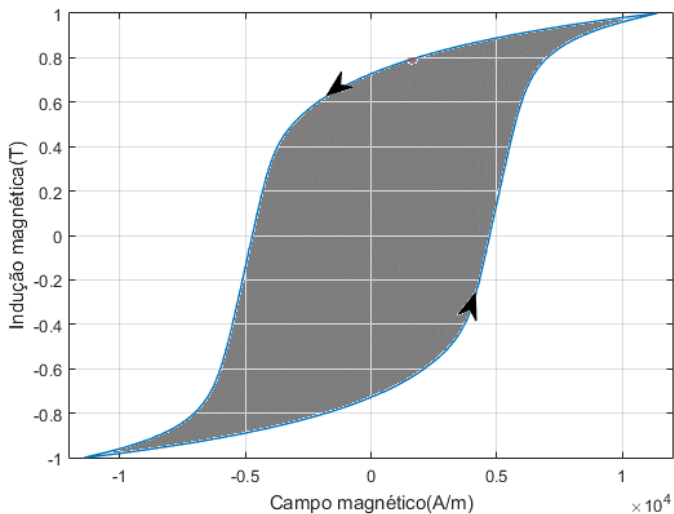
Conforme a referência, após a sequência de desenvolvimento da Equação (2.3), o torque no eixo  $T_t$  fica igual à expressão (2.4) onde  $B$  representa a indução magnética,  $P$  o número de polos,  $z$  trata-se do eixo referente à altura em um sistema de coordenadas cilíndricas,  $\theta$  é o ângulo de abrangência do rotor e  $V_r$  é o volume do anel do rotor.

$$T = \frac{1}{8\pi^2} \iiint_{V_r} \frac{P}{2} \oint (B \cdot dH) r dr d\theta dz \quad (2.4)$$

A Equação (2.4) demonstra a relação entre o torque no eixo oriundo da presença do campo magnético causado pelas correntes no estator. Para um detalhamento mais completo das relações entre (2.1) e (2.2) até a conclusão apresentada em (2.4), sugere-se verificar a referência mencionada (TEARE, 1937).

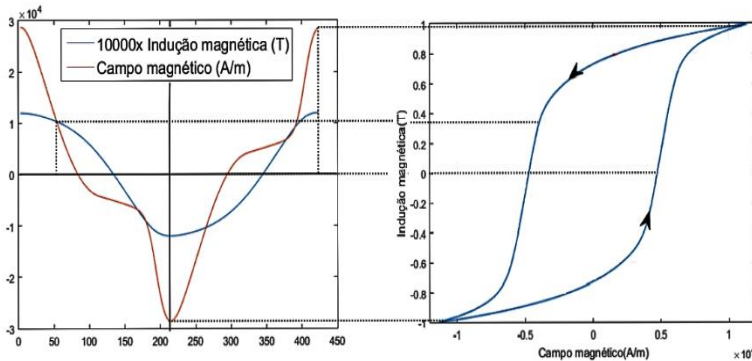
O traçado do gráfico cujos eixos são a indução magnética  $B$ , eixo das ordenadas, e o campo magnético  $H$ , eixo das abscissas, forma um laço em um material ferromagnético conhecido como laço de histerese. A integral fechada da Equação (2.4) corresponde à área hachurada da Figura 10.

**Figura 10 - Laço de histerese.**



Por meio da Figura 11, pode-se verificar os efeitos da aplicação de uma indução senoidal em um material ferromagnético com sua correspondente curva B-H. Pode-se observar a inclusão de harmônicas devido à relação não linear entre as grandezas, além de picos no campo magnético devido à presença da saturação no laço.

**Figura 11- Curva BH no tempo.**



Em um motor de histerese, quando o rotor está parado e sujeito a uma indução magnética senoidalmente variável no tempo, cada ponto do rotor percebe uma variação de H relacionada a B por um laço de histerese. Na excursão pela etapa assíncrona, a velocidade da variação do campo em cada ponto vai se reduzindo com a diminuição do valor de escorregamento até o instante em que o estado magnético do material não se modifica mais - quando se chega ao sincronismo.

Essa é uma das principais características desse motor. Segundo Teare (1940), em uma condição de velocidade subsíncrona sustentada, um ponto do rotor sofre variações em seu estado magnético de acordo com o laço de histerese do material enquanto outros pontos à mesma distância do eixo sofrem a mesma variação; defasada, no entanto. Dessa forma, o laço não apenas fornece esclarecimentos sobre a variação temporal do estado magnético em um ponto do rotor, mas também a informação completa do estado magnético de todo o rotor em um determinado instante tempo.

Com a Equação (2.4) como ponto de partida, deve-se estabelecer uma forma de visualizar a curva de histerese a fim de possibilitar sua utilização prática na modelagem. Conforme mencionado na seção 2.2 há duas abordagens mais conhecidas: o método da elipse e do paralelogramo.



### 3.1 MÉTODO DA ELIPSE

Supondo inicialmente que a indução magnética  $B$  em um determinado ponto pode ser representada por uma função senoidal variante no tempo e que o campo magnético  $H$  seja constituído por harmônicas como está caracterizado nas equações (2.5) e (2.6). Essas funções, em uma curva  $B$ - $H$ , dão origem ao laço convencional de histerese magnética.

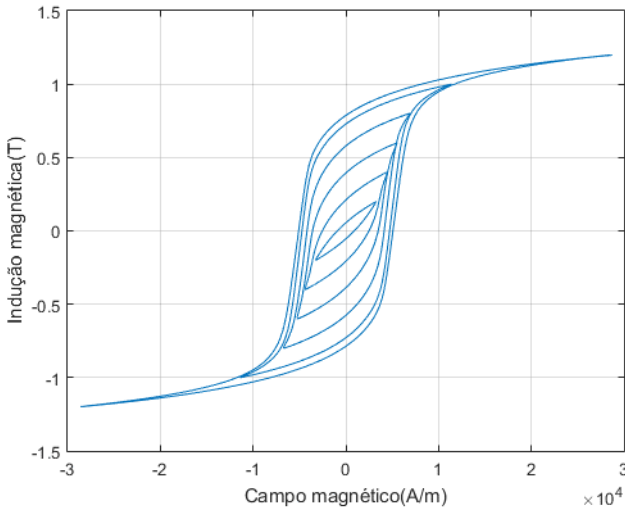
$$B(t) = B_m \cos(\omega t) \quad (2.5)$$

$$H(t) = H_m \cos(\omega t + \delta) + \sum_{k=2}^{\infty} H_{mk} \cos(k\omega t + \delta_k) \quad (2.6)$$

Em (2.5) e (2.6),  $t$  indica o tempo,  $B_m$  a amplitude da indução magnética,  $\omega$  a velocidade angular,  $k$  a ordem da harmônica considerada,  $H_m$  a amplitude do campo magnético e  $\delta$  a defasagem angular entre as componentes fundamentais do indução e da campo.

Caso a área da curva da histerese magnética  $S_h$ , representada do modo mais usual para várias induções na Figura 12, seja calculada usando as definições encontradas em (2.5) e (2.6), verifica-se que a presença de harmônicas não interfere no valor numérico da área de histerese (2.7).

**Figura 12 - Representação BH da curva de histerese.**



$$S_H = \oint H dB = \int_0^{2\pi} H \frac{dB}{d\omega t} d\omega t \quad (2.7)$$

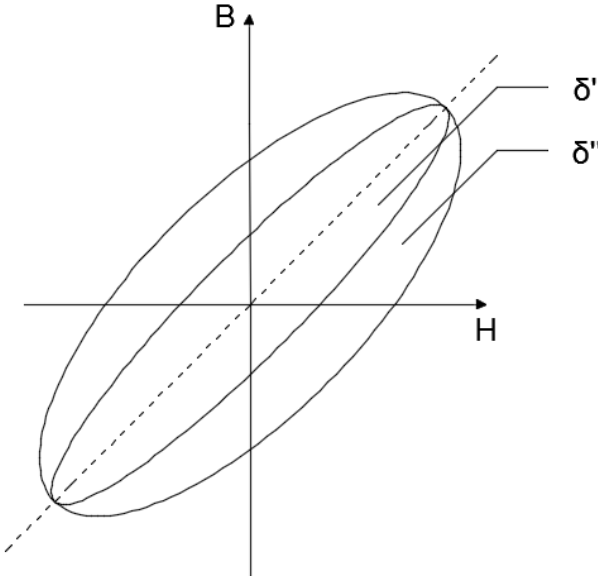
Resultando na Equação (2.8).

$$S_H = \frac{\pi B_m^2}{\mu} \sin(\delta) \quad (2.8)$$

Uma abordagem prática possível trata-se da desconsideração das harmônicas diferentes da frequência fundamental no traçado da curva de histerese, o que origina, em uma curva B-H, um laço elíptico inclinado como o da Figura 13 que apresenta, justificada pela definição presente na Equação (2.7), um valor de área igual ao da curva original. Essa consideração é importante à medida que, segundo exposto na Equação (2.4), há relação entre a área da curva B-H e o torque gerado.

Tendo em vista a Equação (2.8), percebe-se que, variando a defasagem  $\delta$  entre as frequências fundamentais do campo e da indução, chega-se a diferentes valores de área de histerese e, consequentemente, de torque eletromagnético fornecido.

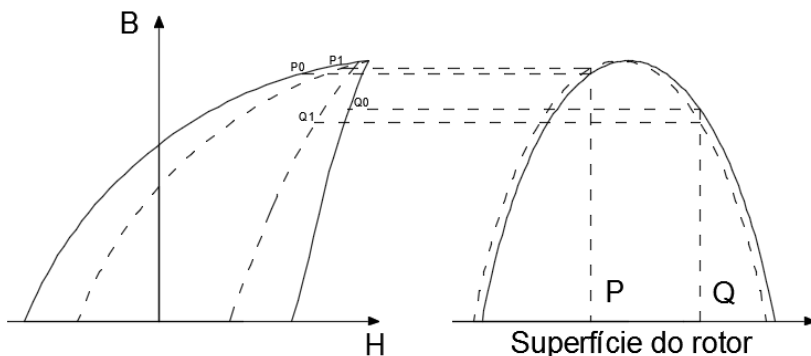
**Figura 13 - Representação elíptica da histerese magnética.**



Uma das características do motor de histerese é a capacidade de manter facilmente o sincronismo para uma grande variação de carga. De acordo com a relação da Equação (2.4), caso não haja variação na alimentação B, uma mudança na carga acarretaria uma variação no ângulo  $\delta$ , ou seja, haveria um deslocamento espacial de fase entre a indução e o campo magnético cuja consequência no laço BH seria sua modificação - estreitamento ou expansão - de acordo com a Figura 14.

Nessa figura, os pontos Q e P na superfície do rotor vinculam-se aos pontos  $P_0$  e  $Q_0$  na curva de histerese de determinado material magnético. Uma mudança na defasagem entre indução e campo, neste caso uma diminuição dessa quantidade, leva a variações de indução e seus valores deslocam-se de  $P_0$  e  $Q_0$  para  $P_1$  e  $Q_1$ , respectivamente, nesses pontos. Dessa forma, a curva BH sofre afunilamento, ocorre diminuição de sua área e há menos energia disponível na produção de torque (KATAOKA; ISHIKAWA; TAKAHASHI, 1982).

**Figura 14 - Efeitos da variação de carga na curva BH e na distribuição da indução no rotor.**



Retomando (2.8), a permeabilidade  $\mu$  é um conceito auxiliar recorrente na literatura dado pela expressão (2.9) e corresponde à relação entre os pontos de máximo entre indução e campo em um material contemplando apenas valores de frequência fundamental no material.

$$\mu = \frac{B_m}{H_m} \quad (2.9)$$

Outro ponto de destaque da Equação (2.8), é a possibilidade de encontrar a defasagem angular na frequência fundamental do campo magnético e da indução por meio da área da curva de histerese do material e dos valores máximos tanto de campo magnético quanto de indução e é, com base nessa ideia, que serão encontrados alguns elementos do circuito equivalente para o motor de histerese.

### 3.1.1 Desenvolvimento da teoria

Em Miyairi e Kataoka (1965), a análise do motor de histerese é realizada desconsiderando os efeitos de correntes induzidas no anel de histerese, sendo esse efeito inserido no artigo subsequente (MIYAIRI; KATAOKA, 1966). O seguimento do estudo é importante, pois, por mais que se tente laminar o anel do rotor dentro dos valores tradicionais, a constituição do material dificulta o processo e, conseqüentemente, lâminas mais espessas, susceptíveis a valores de correntes parasitas não desprezíveis, são utilizadas.

A principal distinção entre essas considerações são as características que fogem à ideia clássica do motor de histerese: a variação do torque, corrente e potência de entrada para diferentes valores de escorregamento (MIYAIRI; KATAOKA, 1966) de forma bastante reduzida em comparação com o motor de indução convencional. A Figura 3 compreende esse caso para o torque.

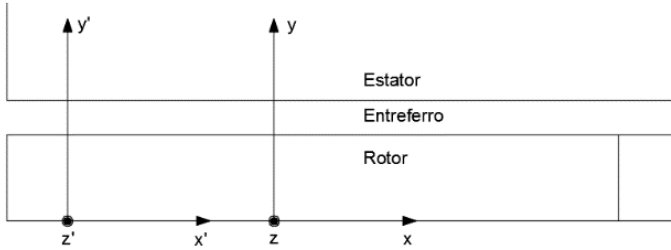
Para o início do estudo, Miyairi e Kataoka (1966) preestabelecem algumas considerações:

- A permeabilidade do material que constitui o rotor é considerada complexa – método da elipse;
- Espreadimento de fluxo magnético nas regiões de borda é desconsiderado;
- A velocidade do campo girante e o passo polar  $\tau$  – comprimento de um polo numa superfície de distância média entre o raio interno do estator e raio externo do anel de histerese - tem valores estabelecidos no raio médio do anel do rotor;
- O estator tem enrolamentos simetricamente dispendidos de forma que a distribuição da densidade de corrente seja senoidal;
- A permeabilidade magnética do material presente no estator é considerada infinita;
- Entreferro uniforme;

- Para o caso circunferencial, não há penetração de fluxo magnético no material não magnético que constitui o suporte mecânico.

A partir do quarto item, chega-se à Equação (2.10) para a distribuição dos condutores de acordo com a harmônica de ordem  $k$ . Nesse caso, o símbolo ' refere-se a uma grandeza como vista pelos lados do estator como é comumente feito na literatura, enquanto  $x$  é a posição no espaço em torno da circunferência do rotor supondo uma retificação espacial, além de  $m$  ser a quantidade de fases. A Figura 15 detém maiores detalhes sobre as orientações consideradas.

**Figura 15 - Orientações dos eixos no rotor do motor de histerese.**



$$N_k = N \left[ \cos \pi \frac{x'}{\tau} - (k-1) \frac{2\pi}{m} \right] \quad (2.10)$$

Onde a amplitude do valor dos condutores  $N$  é dada pelo produto entre o fator de enrolamento  $K_w$ , cujo modo de obtenção utilizado está no Apêndice A e o valor máximo de bobinas por fase  $W$  pela Equação (2.11), além da divisão pelo número de par de polos:

$$N = 2 \frac{K_w W}{p\pi} \quad (2.11)$$

Já a corrente por fase  $i$  no instante de tempo  $t$  pode ser encontrada pela Equação (2.12) onde  $I$  é a amplitude da corrente e  $\varphi_0$  é seu ângulo de defasagem em relação à tensão de referência e  $\tau$  o passo polar.

$$i(t) = \sqrt{2}I \cos\left(\omega t - (k-1)\frac{2\pi}{m} + \phi_0\right) \quad (2.12)$$

Pela definição da força magnetomotriz FM, a partir das equações (2.10) e (2.12):

$$FM = \sum_{k=1}^m N_k i_k = \sqrt{2}mNI \cos\left(\omega t - \pi \frac{x'}{\tau} + \phi_0\right)$$

E a transformação da coordenada do estator x em termos das coordenadas do rotor x' está na Equação (2.13) .

$$x' = x + (1-s)\omega t \frac{\tau}{\pi} \quad (2.13)$$

Assim, a força FM em termos das coordenadas do rotor fica de acordo com a Equação (2.14):

$$FM = \sum_{k=1}^m N_k i_k = \sqrt{2}mNI \cos\left(s\omega t - \pi \frac{x}{\tau} + \phi_0\right) \quad (2.14)$$

Supondo o problema de encontrar o comportamento para as grandezas magnéticas no interior do rotor a partir de valores no entreferro, as equações básicas para a resolução dessa questão estendem-se de (2.15) até (2.20) :

$$\nabla \times \dot{H} = \dot{J} \quad (2.15)$$

$$\nabla \times \dot{E} = -j\omega \dot{B} \quad (2.16)$$

$$\nabla \cdot \dot{B} = 0 \quad (2.17)$$

$$\dot{B} = \mu \dot{H} \quad (2.18)$$

$$\dot{J} = \sigma \dot{E} \quad (2.19)$$

$$\mu = \mu e^{-j\delta} \quad (2.20)$$

Nessas equações, E é o campo elétrico;  $\sigma$ , a condutividade do material; J, a densidade de corrente e  $\delta$  é a defasagem entre a frequência fundamental entre a indução e o campo magnético.

Realizando as trocas necessárias servindo-se das equações de (2.15) até (2.19) entre si, chega-se ao resultado (2.21), o problema básico a ser resolvido:

$$\nabla^2 \dot{B} = j s \omega \sigma \mu \dot{B} \quad (2.21)$$

A solução está bastante detalhada nos textos (NITAO; SCHALERMANN; KIRKENDALL, 2009). As condições de contorno consideradas são: indução na direção x, axial, não varia, a indução na direção radial no topo do anel é igual à do entreferro ( $B_{gm}$ ) enquanto na sua parede inferior é nula.

É conveniente utilizar uma variável auxiliar c definida na Equação (2.22) formada por uma parte real  $c_r$  e outra imaginária  $c_i$  que encerram as características magnética  $\mu$  e elétrica  $\sigma$  do material, além de detalhamentos construtivos como o passo polar  $\tau$  e a espessura do rotor  $t_r$ , como também do ponto de operação da máquina com o escorregamento s e a velocidade síncrona  $\omega_b$ .

$$c = c_r + j c_i$$

$$c = t_r \sqrt{\left( \frac{\pi^2}{\tau^2} + \mu \sigma s \omega_b \sin(\delta) \right)} + j \mu \sigma s \omega_b \cos(\delta) \quad (2.22)$$

A solução para a Equação (2.21) para as induções, densidades de corrente e campos são expressas pelas equações de (2.23) a (2.29):

$$B_x = -j \frac{B_{gm} c \tau}{\sqrt{2} \pi t_r} \frac{\cosh(c y / t_r)}{\sinh(c)} e^{j(s \omega t + \pi \frac{x}{\tau} + \phi_0)} \quad (2.23)$$

$$B_y = \frac{B_{gm}}{\sqrt{2}} \frac{\sinh(c y / t_r)}{\sinh(c)} e^{j(s \omega t - \pi \frac{x}{\tau} + \phi_0)} \quad (2.24)$$

$$H_x = \frac{B_x}{\mu} \quad (2.25)$$

$$H_y = \frac{B_y}{\mu} \quad (2.26)$$

$$H_z = 0 \quad (2.27)$$

$$J_x = J_y = 0 \quad (2.28)$$

$$J_z = -(\tau / \pi) s \omega \sigma B_y \quad (2.29)$$

Os índices x, y e z correspondem à direção da grandeza em relação a um sistema cartesiano em três dimensões.

### 3.1.1.1 Expressões no anel de histerese

Com a sequência desenvolvida na Seção 3.1, pode-se encontrar valores de corrente, potência dissipada e útil no rotor. Todas as expressões aqui expostas estão apresentadas na referência Miyairi e Kataoka (1966) de forma mais completa.

#### 3.1.1.1.1 Saídas de histerese

Remetendo à (2.4), surge uma força devido à histerese magnética. Isso pode ser reescrito de forma mais conveniente de acordo com a Equação (2.30).

$$F_H = p \int_0^l \int_0^{t_r} \int_0^{2\pi} B_x \frac{\partial H_x}{\partial x} + B_y \frac{\partial H_y}{\partial x} + B_z \frac{\partial H_z}{\partial x} dx dy dz \quad (2.30)$$

Os limites da integração são a espessura do anel  $t_r$ , seu comprimento axial  $l$  e o ângulo coberto por esse anel, no caso,  $2\pi$  radianos. A partir da Equação (2.30), pode-se encontrar a potência de histerese útil em termos dessa força (2.31).

$$P_H = F_H \omega_r = \frac{B_{gm}^2 \omega (1-s) p \tau^3 l \sin \rho}{\pi^2 t_r \mu \sigma_h} \quad (2.31)$$

Onde a variável auxiliar  $\sigma_h$ , responsável pela imposição do efeito de penetração, é dada por (2.32):

$$\sigma_h = \frac{\cosh(2c_r(s)) - \cos(2c_i(s))}{\sinh(2c_r(s))(c_r(s)tg(\delta) + c_i(s)) - \cosh(2c_r(s))(c_i(s)tg(\delta) + c_r(s))} \quad (2.32)$$

E o torque  $T_H$  assemelha-se à Equação (2.33).



$$T_H = \frac{pP_H}{\omega_b(1-s)} \quad (2.33)$$

Já as perdas por histerese  $W_H$  obedecem à Equação (2.34).

$$W_H = \int_0^{2\tau} \left( B_x \frac{\partial H_x}{\partial x} + B_y \frac{\partial H_y}{\partial x} + B_z \frac{\partial H_z}{\partial x} \right) dx \quad (2.34)$$

Que resulta na Equação (2.35).

$$W_H = \frac{F_H s \omega_b \tau}{\pi} = \frac{P_H s}{(1-s)} . \quad (2.35)$$

### 3.1.1.1.2 Saídas de corrente parasita

A força gerada no anel pela circulação de correntes parasitas é dada pela Equação (2.36):

$$F_E = -p \int_0^l \int_0^{t_r} \int_0^{2\tau} B_y J_z dx dy dz . \quad (2.36)$$

Ainda que se tenha mantido o mesmo intervalo de integração da subseção , é importante destacar que o valor real da força  $F_E$  precisa ser recalculado tomando a espessura da lâmina em consideração conforme Rodrigues (2000) e explicado com maiores detalhes em Bastos (2004). Isso pode ser feito pela divisão da Equação (2.36) pelo número de lâminas ( $v$ ) presentes no pacote.

A potência útil fornecida por essa força encontra-se nas equações (2.37) e (2.38):

$$P_E = F_E \omega (1-s) \frac{\tau}{\pi} \quad (2.37)$$

$$P_E = \frac{B_{gm}^2 \omega^2 s (1-s) p \tau^3 l t_r \sigma}{2c_r(s) c_i(s) \pi^2 v} \times \frac{c_i(s) \sinh(2c_r(s)) - c_r(s) \sin(2c_i(s))}{\cosh(2c_r(s)) - \cos(2c_i(s))} \quad (2.38)$$

Dividindo essa potência pela velocidade angular, tem-se o torque útil de correntes parasitas  $T_E$  dado na Equação (2.39):

$$T_E = \frac{pP_E}{\omega(1-s)} \quad (2.39)$$

Já a origem das perdas de corrente parasita  $W_E$  encontra-se na Equação (2.40).

$$W_E = p \int_0^l \int_0^{t_r} \int_0^{2\pi} \frac{J_z^2}{\sigma} dx dy dz \quad (2.40)$$

O resultado dessa Equação em função da velocidade rotórica é, em (2.41):

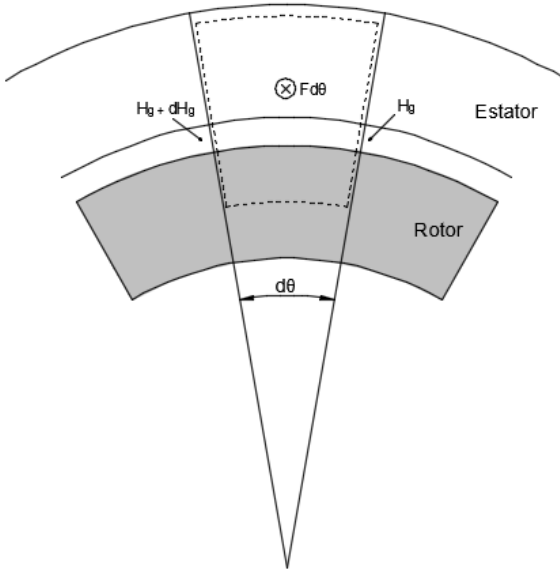
$$W_E = F_E s \omega \frac{\tau}{\pi} = P_E \frac{s}{1-s} . \quad (2.41)$$

### 3.1.2 Circuito Equivalente

A obtenção de um circuito equivalente apresenta várias vantagens em relação a outros tipos de abordagem como, por exemplo, uma forte sensibilidade ao engenheiro em relação ao funcionamento da máquina. A seção 3.1.1.1 retrata a disposição do fluxo no rotor, no entanto é evidente que no estabelecimento de um circuito equivalente deve haver uma junção entre as grandezas tanto do estator quanto do rotor.

Fazendo uso dessa ideia e usando o desenvolvimento presente em Miyairi e Kataoka (1966), o campo produzido no material do rotor é encontrado a partir da aplicação da lei de Ampère para um caminho elementar que abrange uma certa quantidade da corrente do estator como na Figura 16 conforme a Equação (2.42).

**Figura 16 - Representação do caminho do fluxo magnético.**



$$Fd\phi = (H_g + dH_g)g - H_g g + (H_x)_{y=t_r} dx \quad (2.42)$$

Já a indução magnética na superfície do rotor é considerado o mesmo que aquele de entreferro:

$$H_g = \frac{(B_y)_{y=t_r}}{\mu_0}$$

Retomando a ideia expressa na Equação (2.42), pode-se chegar a uma definição para a corrente responsável pela queda da FM no entreferro  $I_g$  e para aquela no rotor  $I_r$  pelas equações (2.44) e (2.45) a partir da decomposição da corrente em (2.43).

$$\vec{I} = \vec{I}_g + \vec{I}_r \quad (2.43)$$

$$I_g = -j \frac{p\pi g B_{gm}}{\sqrt{2}mK_w W \mu_0} \times e^{-j((k-1)\frac{2\pi}{m} - \phi_0)} \quad (2.44)$$

$$I_r = -j \frac{p\tau^2 c(s) \coth(c(s)) B_{gm}}{\sqrt{2} m K_w W \pi t_r \mu} \times e^{-j((k-1)\frac{2\pi}{m} - \phi_0)} \quad (2.45)$$

Já a Equação (2.46) pode ser usada para encontrar a tensão induzida no entreferro  $V_{g1}$ :

$$V_{g1} = -\sqrt{2} \pi K_w W f \phi e^{-j(k-1)\frac{2\pi}{m} - \phi} \quad (2.46)$$

A impedância equivalente  $Z_r$  do rotor é:

$$Z_r = \frac{V_{g1}}{I_r} = j \frac{2\omega m K_w^2 W^2 t_r l \mu \tanh(c(s))}{p\tau c(s)} \quad (2.47)$$

Já impedância equivalente de entreferro  $Z_g$ , pelo mesmo processo:

$$jX_g = j \frac{V_{g1}}{I_g} = j \frac{2\omega m K_w^2 W^2 \tau l \mu_0}{p\pi^2 g} \quad (2.48)$$

A Equação (2.46) pode ser modificada para encontrar a indução no entreferro.

$$B_{gm} = \frac{\pi V_{g1}}{\sqrt{2} \omega K_w W \tau l} \quad (2.49)$$

E assim, pode-se encontrar uma Equação para a potência total dispendida na soma das fases (m) no ramo do circuito equivalente à histerese (2.50) e no ramo das correntes parasitas (2.52).

$$P_H + W_H = m \frac{V_{g1}^2}{R_H(s)} \quad (2.50)$$

Onde  $R_H$  é a resistência de histerese, sendo constituída por um termo  $R_{H0}$  atrelado principalmente a características construtivas e  $\sigma_H$  referente à profundidade de alcance do fluxo magnético e que já foi definida em (2.32).

$$R_H(s) = R_{H0} \sigma_H(s)$$

$$R_{H0} = \frac{\omega \mu m (K_w W)^2 (2 p \tau t_r l)}{p^2 \tau^2} \text{sen}(\delta) \quad (2.51)$$

Já para o caso das correntes parasitas, conforme (2.52):

$$P_E + W_E = m \frac{V_{g1}^2}{R_e(s)} \quad (2.52)$$

Onde  $R_e$  é a resistência de histerese, sendo constituída por um termo  $R_{E0}$  atrelado principalmente a características construtivas e  $\sigma_E$  como sendo referente à profundidade de alcance do fluxo magnético conforme Miyairi e Kataoka (1966).

$$R_E(s) = R_{E0} \sigma_E(s)$$

$$R_{E0} = \frac{6m(K_w W)^2 l}{p \tau t_r \sigma} \quad (2.53)$$

Enquanto,

$$\sigma_E = \frac{2c_r(s)c_i(s)}{3} \times \frac{\cosh(2c_r(s)) - \cos(2c_i(s))}{c_i(s)\text{senh}(2c_r(s)) - c_r(s)\text{sen}(2c_i(s))}$$

E, por fim,  $X_r$  fica demonstrado na Equação (2.54):

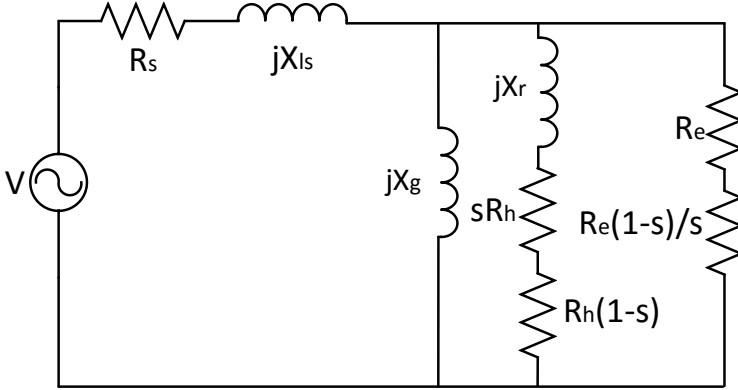
$$X_r(s) = X_{H0} \sigma_H(s) \quad (2.54)$$

$$X_{H0} = \frac{\omega m K_w^2 W^2 V_r \mu}{p^2 \tau^2} \cos(\delta) \quad (2.55)$$

Uma representação do circuito resultante encontra-se na Figura 17. Nessa figura, fica clara a separação entre os elementos representativos do estator; o ramo mais à esquerda, do entreferro; ao lado do ramo estatórico;

e o do rotor, compostos pelos dois ramos do rotor, na Figura 17, correspondentes aos efeitos da histerese e o ramo da corrente parasita.

**Figura 17 - Circuitos equivalentes do motor de histerese por fase.**

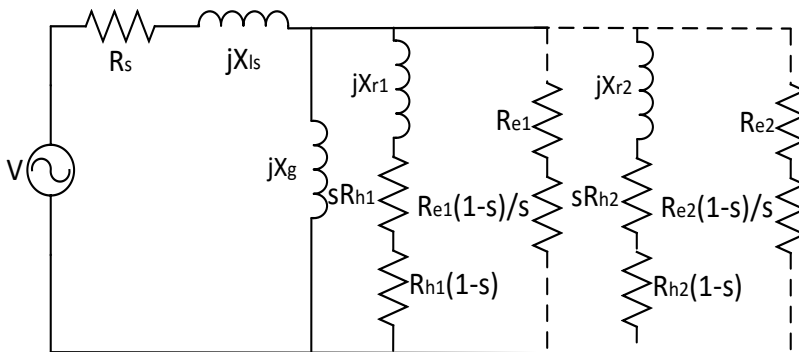


Uma análise desse circuito implica em verificar que a soma das resistências envolvendo as perdas e o torque por histerese são iguais para qualquer valor de escorregamento ( $sR_H + (1-s)R_H = R_H$ ) e que a energia dissipada quando o escorregamento apresenta valor unitário (rotor parado) é igual à energia fornecida ao eixo quando o mesmo está em sincronismo. Da mesma forma, a potência útil é zero enquanto o rotor está parado e as perdas por histerese são nulas quando o motor está em sincronismo.

O entendimento do caso de fluxo radial compreende basicamente essa mesma disposição de elementos, sendo que a principal diferença se encontra na modelagem do material ferromagnético do suporte. Essa representação inclui tanto um ramo para os efeitos de histerese quanto outro ramo para as correntes induzidas nessa região (KATAOKA, 1975) como pode ser verificado pelos ramos tracejados da Figura 18.

Já para o caso do motor a disco, a principal diferença encontra-se no modo como os elementos do circuito são calculados.

**Figura 18 - Circuito equivalente para o caso do fluxo radial.**

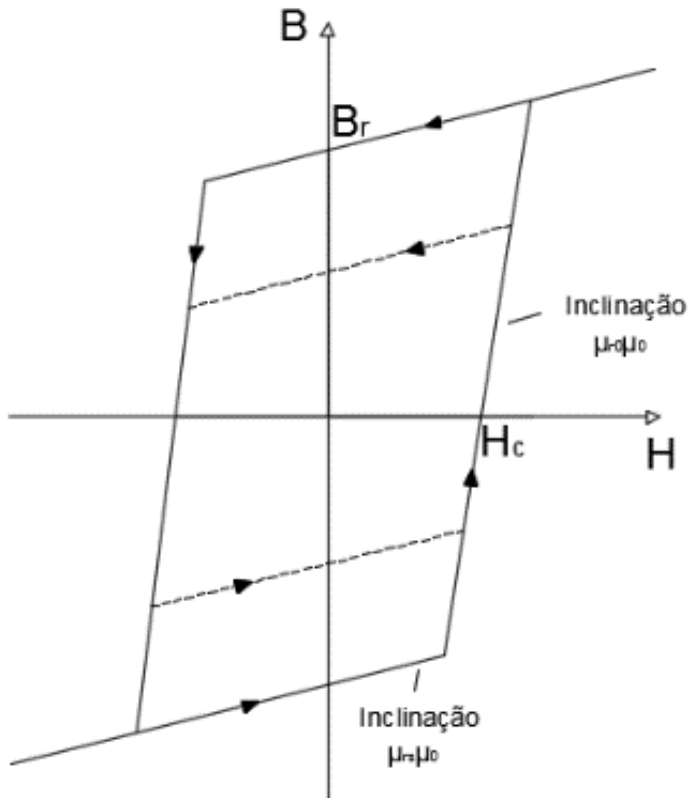


### 3.2 MÉTODO DO PARALELOGRAMO

Na década de sessenta passada, Copeland, Slemon e, mais tarde, Rahman desenvolveram conjuntamente uma série de trabalhos para analisar o funcionamento de um motor de histerese por meio de um circuito equivalente. O primeiro trabalho da série (COPELAND; SLEMON, 1963) consistia no estudo de um equipamento de fluxo radial e traçou as bases para os trabalhos subsequentes, enquanto a terceira e derradeira obra (RAHMAN; COPELAND; SLEMON, 1969) englobava as perdas parasíticas existentes nesse motor, suas origens e a possibilidade de contorná-las através de parâmetros construtivos. Dentre essas publicações, a de maior importância para o caso base é definitivamente a segunda (COPELAND; SLEMON, 1964), pois discute a análise de uma máquina de fluxo circunferencial e, em vista disso, será apresentada resumidamente nesta seção.

Apesar de a aplicação ser feita ou em diferentes topologias do motor de histerese ou buscando adicionar informação a estudos já realizados, todos esses trabalhos conservam a característica mais inovadora da proposta que é a utilização da figura geométrica de um paralelogramo na modelagem da histerese magnética (ver Figura 19). Vale destacar também que, embora não tenha sido utilizado com a mesma intensidade que o caso da abordagem elíptica, vários artigos subsequentes mantiveram essa postura através dos anos (AZIZUR RAHMAN, 1980; CAO; LI, 2010; KURIHARA; RAHMAN, 2004)(CAO; LI, 2010; KURIHARA; RAHMAN, 2004)(CAO; LI, 2010; KURIHARA; RAHMAN, 2004), pois, segundo alguns desses autores, esse método é mais aconselhável para casos de materiais magnéticos duros ao retratar de modo mais adequado o formato real da curva de histerese.

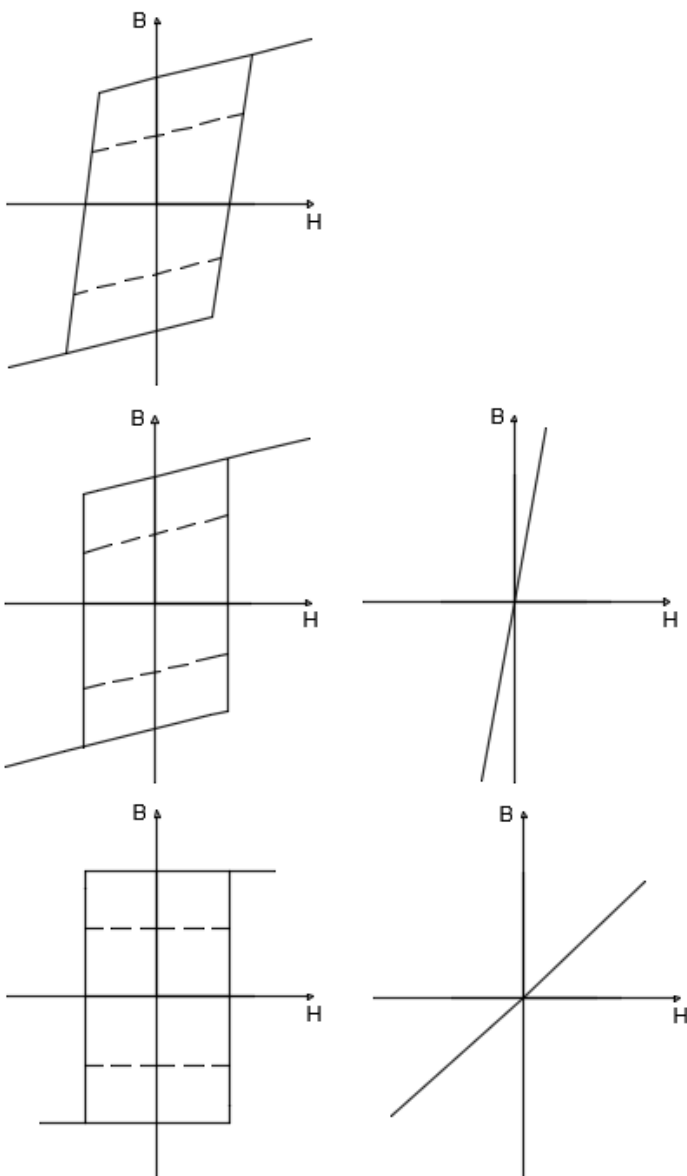
**Figura 19 - Histerese magnético na forma de paralelogramo.**



O procedimento que permite fazer a análise via paralelogramo encontra-se na Figura 20. A ideia é extrair dessa representação suas retas inclinadas até se chegar a um retângulo conforme procedimento exposto na Figura 19. Simplificadamente, basta substituir a inclinação das partes saturada e não saturada por relutâncias equivalentes, restando, afinal, uma curva de histerese com aspecto retangular.



**Figura 20 - Transformações para se chegar ao modelo retangular de histerese.**



As relutâncias necessárias ao procedimento são:

$$R_{g\theta} = \frac{g}{\mu_0 r_g l} \quad (2.56)$$

$$R_{0\theta} = \frac{r_h}{\mu_0 \mu_{r0} h l} \quad (2.57)$$

$$R_{s\theta} = \frac{r_h}{\mu_0 \mu_{rs} h l} \quad (2.58)$$

$$R_{p\theta} = \frac{r_h}{\mu_0 \mu_p h l} \quad (2.59)$$

Onde:

- $R_g$  é a relutância de entreferro;
- $R_0$  é a relutância incremental não saturada;
- $R_s$  é a relutância incremental saturada efetiva do material de histerese;
- $R_p$  é a relutância referente à primeira transformação do processo, sendo encarada como a diferença entre  $R_s$  e  $R_0$  (Equação (2.61)).
- $\mu_{r0}$  é a permeabilidade referente às inclinações laterais da curva de histerese(ver Figura 19);
- $\mu_{rs}$  é a permeabilidade referente às inclinações das extremidades da curva de histerese(ver Figura 19);
- $\theta$  é o índice utilizado para referir-se a uma densidade angular.

$$\mu_p = \frac{\mu_{rs} \mu_{r0}}{\mu_{r0} - \mu_{rs}} \quad (2.60)$$

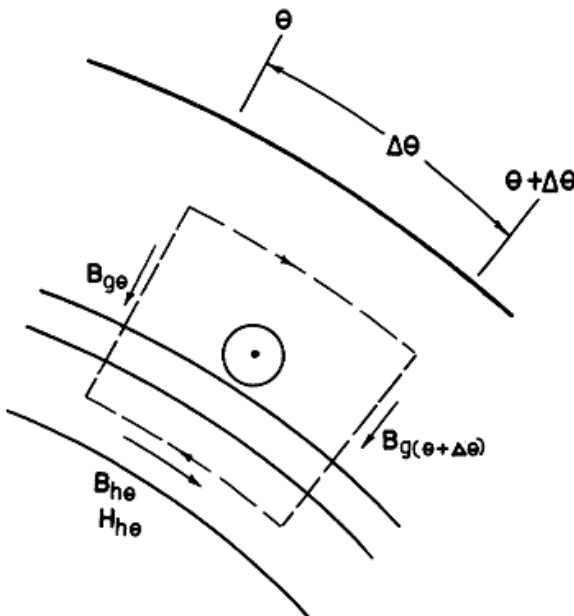
$$R_p = R_s - R_0 \quad (2.61)$$

Assim como na seção 3.1.2 para o caso elíptico, há algumas considerações que também devem ser feitas para esta situação (COPELAND; SLEMON, 1964):

- O número de ranhuras do estator é alto;
- As ranhuras do estator são fechadas;
- A densidade de espiras é senoidalmente distribuída;
- A densidade de fluxo no entreferro e no material histerético é dirigida radialmente;
- A permeabilidade dos núcleos do ferro do estator e do rotor são essencialmente infinitas;

A densidade de FM por radiano  $F_\theta$  é dada pela soma do produto entre a densidade de campo magnético no entreferro  $H_g$  e o entreferro  $g$ , além do produto da densidade de campo magnético no material  $H_h$  conforme o caminho interno  $h$  mostrado na Figura 21.

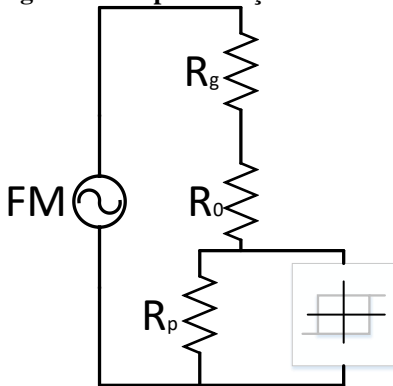
**Figura 21 - Caminho magnético no motor de histerese. Extraído de (COPELAND; SLEMON, 1964) .**



$$F_\theta = F_{g\theta} + F_{h\theta} = gH_g + hH_h \quad (2.62)$$

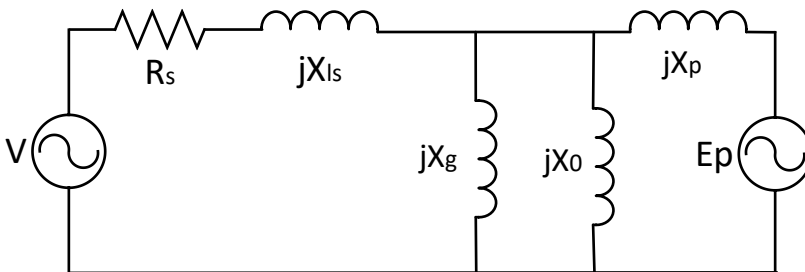
Ou seja, a base por onde a teoria surge é a mesma daquela para o caso elíptico (ver Equação (2.42) e Figura 16) com as principais diferenças em virtude do modo como a histerese é visualizada. O desenvolvimento da Equação (2.62) e do processo presente na Figura 20 Uma maior sensibilidade física da expressão (2.62) conjuntamente com a ideia presente na Figura 20 está idealizada no circuito magnético da Figura 22.

**Figura 22- Representação das relutâncias devido à histerese.**

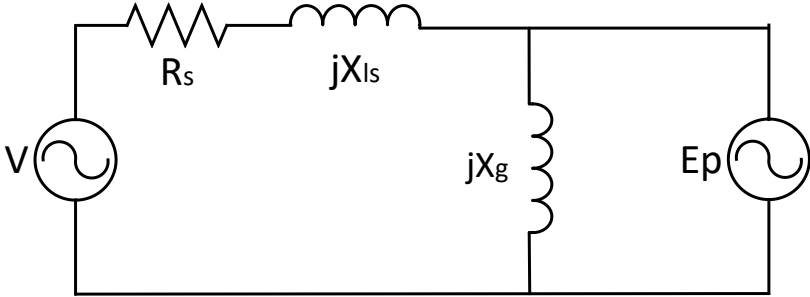


Por fim, o prosseguimento dos cálculos que envolvem a Equação (2.62), se forem consideradas apenas grandezas na frequência fundamental, podem ser utilizadas na obtenção de um circuito elétrico como o da Figura 23. Ainda que este circuito seja o mais completo, o modelo mais comumente utilizado na literatura é a simplificação encontrada na Figura 24.

**Figura 23 - Circuito equivalente convencional.**



**Figura 24 - Circuito simplificado.**



Nesta etapa, o desenvolvimento se distancia do texto clássico e procede com estudos mais recentes realizados por Cao e Li (2010). Ambos os trabalhos tomam a mesma direção; o último, entretanto, propõe uma correção que deve ser levada em consideração quando calculada a indução remanente, o que modifica o elemento  $E_p$  do circuito clássico.

No circuito final da Figura 23, todos os elementos podem ser encontrados de acordo com as equações precedentes,  $E_p$ , no entanto, representa o elemento de histerese retangular, responsável pela geração de torque eletromagnético de acordo com (2.63)

$$E_p = 2\sqrt{2}B_{\text{mod}}\tau lfK_w W \quad (2.63)$$

Aqui, a variável  $B_{\text{mod}}$  e  $H_{\text{mod}}$  referem-se a variações que acontecem nos valores da indução remanente  $B_r$  e no valor do campo magnético máximo  $H_m$  com as transformações presentes na Figura 20, nessa devida ordem, devido às consequências matemáticas das modificações no traçado da curva de histerese (Figura 20). Todas as equações apresentadas aqui tem origem em considerações geométricas e estão explicadas mais detalhadamente em CAO (2010).

$$K = 1 + R_0 \frac{B_r}{H_c} \quad (2.64)$$

$$B_{\text{mod}} = \sqrt{d^2 + e^2} \quad (2.65)$$

Onde as variáveis auxiliares “d” e “e” são:

$$d = \frac{H_{\text{mod}}}{R_0 + R_p} + Q \frac{H_c}{R_0} \cos \beta \quad (2.66)$$

$$e = Q \frac{H_c}{R_0} \sin \beta \quad (2.67)$$

O ângulo de  $B_{\text{mod}}$ ,  $\eta$  está na Equação (2.68):

$$\eta = \tan^{-1} \left( \frac{c}{d} \right) \quad (2.68)$$

E o novo valor máximo de campo magnético  $H_{\text{mod}}$ :

$$H_{\text{mod}} = (H_c + R_0 B_r) \left( \frac{R_0 + R_p}{R_p} \right) \quad (2.69)$$

Já para encontrar a outra variável auxiliar Q na Equação (2.70):

$$Q = \frac{2}{\pi} \sqrt{q_a^2 + q_b^2} \quad (2.70)$$

Onde  $q_a$  e  $q_b$ , de acordo com Copeland e Slemon (1964):

$$q_a = (K - 2) \cos(\alpha) + \frac{K}{4} \sin(2\alpha) - \frac{K\alpha}{2} + \frac{K\pi}{4} \quad (2.71)$$

$$q_b = (2 - K) \sin(\alpha) + \frac{K}{4} \cos(2\alpha) - \frac{3K}{2} \quad (2.72)$$

E  $\alpha$  e  $\beta$ :

$$\alpha = \sin^{-1} \left( \frac{2}{K} - 1 \right) \quad (2.73)$$

$$\beta = \tan^{-1} \frac{|q_b|}{|q_a|} \quad (2.74)$$

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

O procedimento terá as seguintes etapas:

- Aquisição de dados referentes ao material do anel de histerese;
- Cálculos de grandezas necessárias para a obtenção dos elementos do circuito equivalente;
- Apresentação das curvas do motor e comparação de resultados.

### 4.1 AQUISIÇÃO DE DADOS DO MATERIAL MAGNÉTICO

O processo inicia-se com a obtenção das características do material magnético que constitui o anel de histerese. Isso é feito com uma bancada Brockhaus MPG 100 da fabricante alemã Brockhaus Messechnik, por meio do qual se consegue a relação B-H do material considerado e, conseqüentemente, suas curvas de histerese. O modo como a lâmina é ensaiada pode ser verificado na Figura 25. Além desses resultados, há a possibilidade de se obter informações tratadas por meio do próprio equipamento e algumas delas estão expostas no Quadro 1 para várias frequências distintas.

**Figura 25 - Anel prestes a ser ensaiado.**



**Quadro 1 - Relatório de saída Brockhaus MPG 100.**

Freq.[Hz]	Jmax[mT]	Hmax[A/m]	Ps[W/kg]	Hc[A/m]
10	600	5444	9,53	4219,80
10	800	6871	16,39	5092,10
10	1000	11247	24,25	5851,90
8	600	5467	7,34	4072

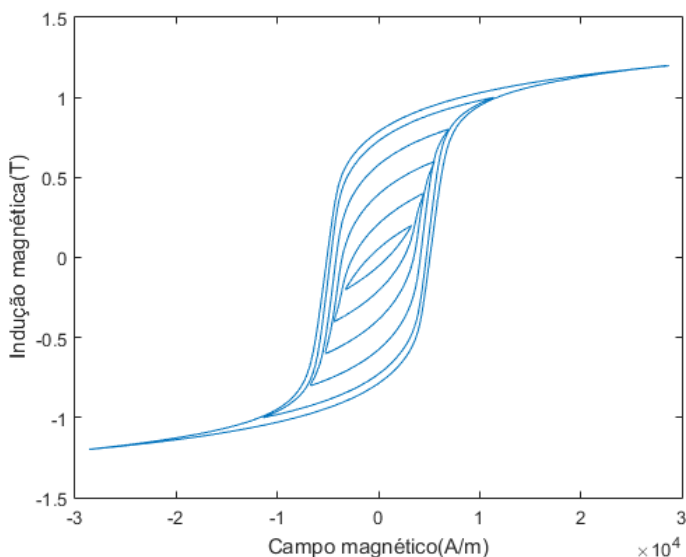
8	800	6964	12,58	4872,20
8	1000	11767	18,58	5606,50
7	600	5522	6,23	3964,70
7	800	6960	10,67	4725,90
7	1000	11787	15,74	5428,30
6	600	5558	5,21	3882,50
6	800	6958	8,90	4604,40
6	1000	11839	13,13	5275,30
5	600	5491	4,20	3763,90
5	800	6914	7,16	4446,70
5	1000	11686	10,55	5085,10
3	600	5386	2,34	3540,50
3	800	6830	4,00	4160,60
3	1000	11393	5,88	4725,20

A partir desses valores, pode-se conseguir algumas variáveis necessárias para a obtenção dos elementos presentes nos circuitos equivalentes, úteis tanto por meio da abordagem pelo método da elipse quanto do paralelogramo, todavia os dados sem tratamento e que permitem uma maior flexibilidade de manuseio terão preferência na utilização.

Na Figura 26, há um exemplo da curva obtida ao se utilizar os dados brutos, submetendo o anel de histerese a diferentes induções com acréscimos de 0,2 T numa faixa que se estende de 0,2 até 1,0 T para uma frequência de 3 Hz. A utilização de resultados referentes a frequências mais baixas ao invés de frequências maiores é aconselhável, pois atenua os efeitos de corrente parasita no laço BH, o que prejudicaria os cálculos. Ainda na mesma figura para valores mais baixos de indução de pico, até cerca de 0,8 T, a saturação magnética não é tão perceptível enquanto é bastante acentuada para 1,2 T.



**Figura 26- Curvas B-H para diferentes valores de indução de pico.**



#### 4.2 OBTENÇÃO DE GRANDEZAS PARA CÁLCULO DE ELEMENTOS DO CIRCUITO EQUIVALENTE

Por meio dos dados coletados, basta encontrar as grandezas pertinentes a cada um dos métodos. Pelo o método da elipse, necessita-se da área do laço ( $S_h$ ), os valores máximos de indução ( $B_m$ ) e de campo ( $H_m$ ), além da defasagem angular entre as ondas da frequência fundamental ( $\delta$ ). Já para a abordagem via paralelogramo, bastam os valores da permeabilidade magnética saturada ( $\mu_{rs}$ ) e da não saturada ( $\mu_{r0}$ ).

Os valores da área de histerese, calculada via integral dos dados obtidos no teste da bancada, dos valores máximos de indução e de campo, adquiridos por esses mesmos dados - sendo que o campo magnético foi conseguido via série de Fourier do sinal - e da defasagem, calculada pela Equação (2.8) para uma frequência de 3 Hz, estão no Quadro 2. Também foi adicionada uma quinta coluna com os dados referentes aos valores tratados da bancada de ensaios para a densidade de potência da amostra do material.

**Quadro 2- Variáveis adquiridas e calculadas pelos dados de ensaio.**

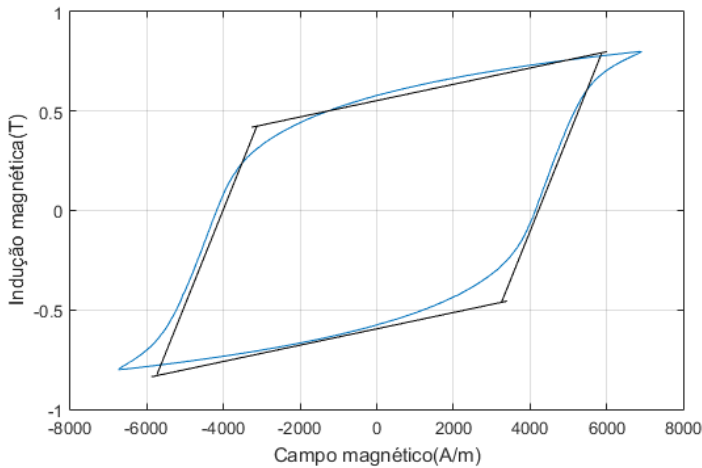
$B_{max}[mT]$	$H_{max}[A/m]$	Delta – $\delta$ (°)	$S_h(J/Kg)$	$S_{hBrock}(J/Kg)$
599,75	5386,700195	35,49	0,78	0,78
800,3900146	6829,600098	38,40	1,33	1,33
999,9799805	11393	32,24	1,95	1,96

As variáveis do paralelogramo são obtidas por um método gráfico, sendo destacados na Figura 27, cujos resultados estão no Quadro 3.

**Quadro 3- Valores de permeabilidades saturada e não saturada da curva de histerese.**

Grandeza	Valor
Permeabilidade relativa não saturada( $\mu_{r0}$ )	450
Permeabilidade relativa saturada( $\mu_{rs}$ )	36,1

**Figura 27 - Representação via paralelogramo da histerese para  $f = 60Hz$ ,  $B = 0,8T$**



Por fim, os valores encontrados para as variáveis dos circuitos equivalentes ficam de acordo com a Figura 28, Figura 29 e Quadro 4. Os resultados são para escorregamento unitário no caso da elipse e para uma indução remanente de 0,75T para o caso do paralelogramo.

Figura 28- Valores dos elementos do circuito equivalente para  $s = 1$ .

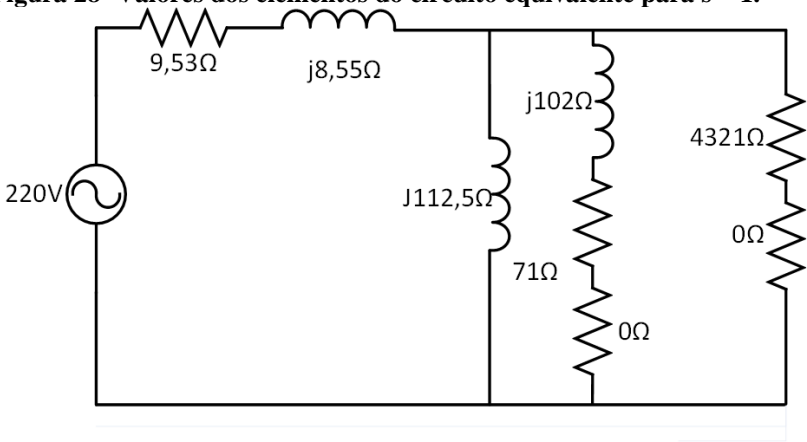
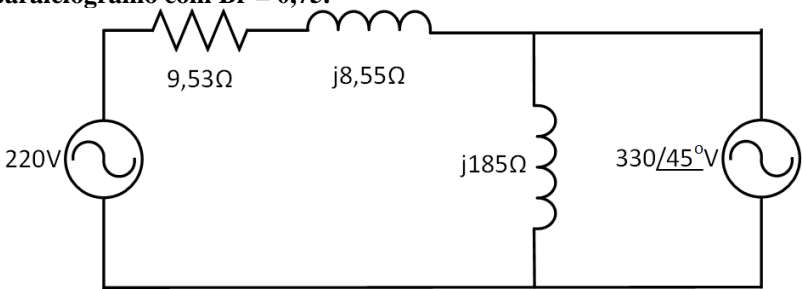


Figura 29 - Elementos do circuito equivalente para o caso do paralelogramo com  $Br = 0,75$ .



Quadro 4 - Valores para circuito equivalente.

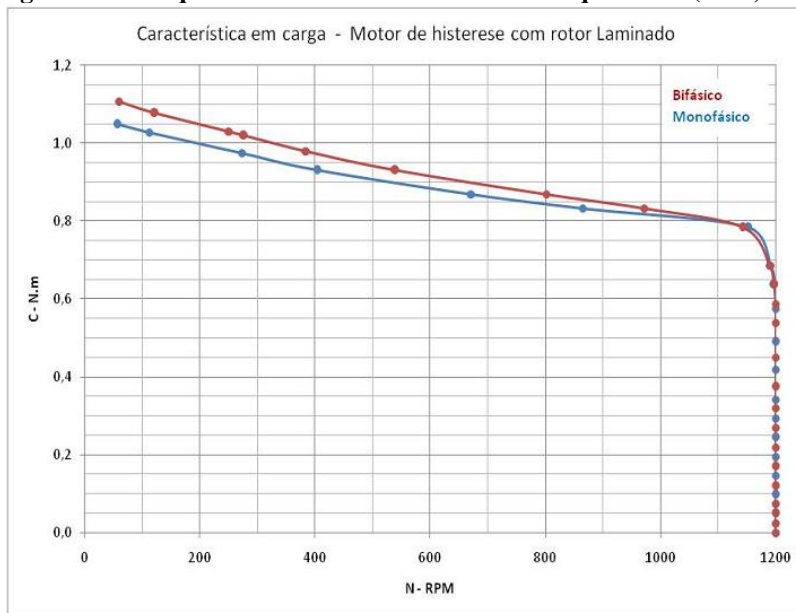
Grandeza	Valor( $\Omega$ )
Resistência do rotor	9,53
Reatância de dispersão	8,55
Reatância de magnetização – elipse	157
Reatância de magnetização – paral.	185
Efeito da histerese – paral.	330/45°*
Reatância rotor	112,5
Resistência de histerese	71
Resistência correntes parasitas	4321

\*Grandeza informada em volts.

#### 4.3 APRESENTAÇÃO DAS CURVAS DO MOTOR E COMPARAÇÃO DE RESULTADOS

Há dois conjuntos de valores de resultado de referência para o motor ensaiado. No primeiro, o motor foi ensaiado em seu fabricante e a relação torque-velocidade é dada pela curva presente na Figura 30. Figura 30 - Torque-velocidade. Relatório técnico Equacional (2015).

**Figura 30 - Torque-velocidade. Relatório técnico Equacional (2015).**



Nessa situação, o motor foi ensaiado com alimentação tanto monofásica (azul) quanto bifásica (vermelha) e a relação torque-velocidade se assemelha bastante com a curva teórica da Figura 3. Dessa forma, fica evidente a origem da ideia de associar essa curva à superposição entre um torque constante de histerese e outro que decai à medida que se aproxima do sincronismo – cerca de 1200 rpm para um motor de 6 polos.

O acompanhamento da montagem dos ensaios no laboratório de equipamentos elétricos da UFSC pode ser verificado nas Figura 31 e

Figura 32 enquanto os valores encontrados encontram-se nos Quadro 5 e Quadro 6.

**Figura 31 – Bancada para ensaios.**



Conforme mencionado, o motor ensaiado é alimentado por duas fases defasadas em noventa graus no tempo com uma tensão de 220V de entrada, sendo isso realizado com a fonte controlável. Por meio do freio magnético a carga é imposta no motor enquanto seus valores são lidos na balança magnética e grandezas como a corrente, tensão e fator de potência foram obtidos no analisador de potência. Um detalhe é a dificuldade em se conseguir entradas puramente senoidais sendo que, para o pico de tensão desejada, é possível apenas com um percentual harmônico de 2%.

**Figura 32 - Motor de histerese montado em bancada. Vista lateral.**



Os valores encontrados para corrente e torque via teste são, segundo Quadro 5 e Quadro 6:

**Quadro 5 - Primeiro conjunto de dados do ensaio.**

Peso(Kg)	Velocidade(rpm)	Torque(N.m)	Corrente(A)
0,216	1200	0,59	2,31
0,23	1200	0,63	2,32
0,24	1171	0,66	2,34
0,255	1103	0,70	2,4
0,365	398	1,00	2,7

**Quadro 6 - Segundo conjunto de dados do ensaio.**

Peso(Kg)	Fator de Potência (FP)	Temperatura(C)	Potência de entrada(W)
0,216	0,23	46	236
0,23	0,23	45	246
0,24	0,22	46	262
0,255	0,22	56	282
0,365	0,2	72	370

Durante a realização dos testes, houve grande dificuldade em se conseguir realizar as medições desejadas, pois, enquanto para valores nominais e abaixo disso, o motor chegava rapidamente ao sincronismo sem quaisquer problemas, as tentativas de adicionar carga e fazê-lo trabalhar na região assíncrona para aferir a abrangência do modelo foram bastante trabalhosas.

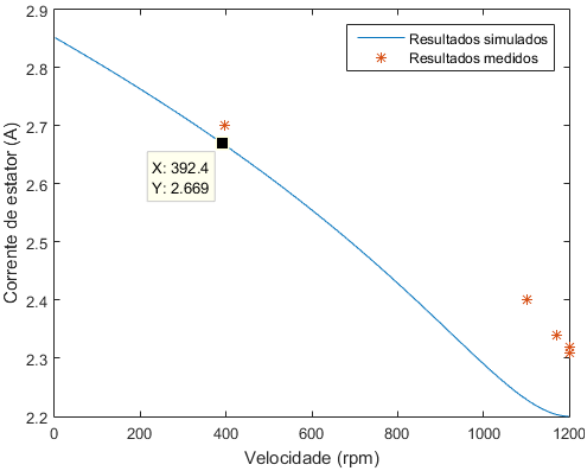
Na tentativa de trabalho na parte assíncrona, a imposição de carga fazia com que se demorasse tempo significativo para se chegar ao equilíbrio, além de ocorrer um acréscimo considerável em sua temperatura de trabalho (ver Quadro 6), o que, além das influências convencionais em um motor elétrico, impõe também mudanças na característica do laço de histerese do material magnético (BOZORTH, 1993) e dificulta a validação das variáveis calculadas por meio dos valores característicos dos materiais oriundos dos testes na Brockhaus MPG 100. Em virtude dessa dificuldade ao se modificar em demasia as condições preestabelecidas, não foram realizados muitos testes nessas condições e se utilizou preferencialmente como referência a curva do fabricante na Figura 30.

As apresentações dos resultados de simulações focam-se principalmente nos valores das curvas de torque-velocidade e corrente-velocidade e são divididas em situações em que não é considerada a profundidade de penetração do fluxo ( $\sigma_E$  e  $\sigma_H$  igual à unidade conforme Miyairi e Kataoka (1966), ver Figura 36 e Figura 35), no caso em que são comparados aos ensaios feitos em laboratório, e quando é levada em conta

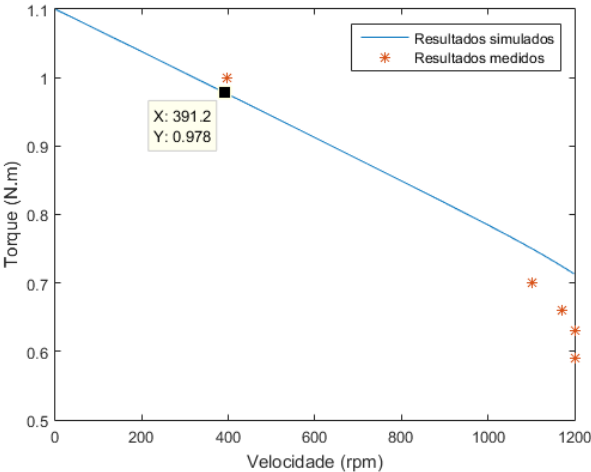
( $\sigma_E$  e  $\sigma_H$  diferentes da unidade, ver Figura 33 e Figura 34) na mesma situação.

Os pontos em preto nas figuras a seguir (Figura 33 a 40) correspondem aos resultados obtidos nas simulações para os valores medidos nos ensaios.

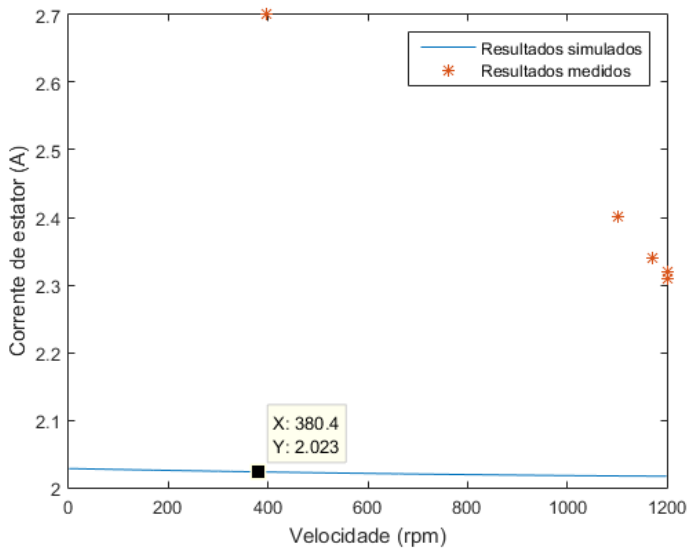
**Figura 33 - Dados medidos e calculados para a corrente de fase do motor considerando profundidade de penetração do fluxo.**



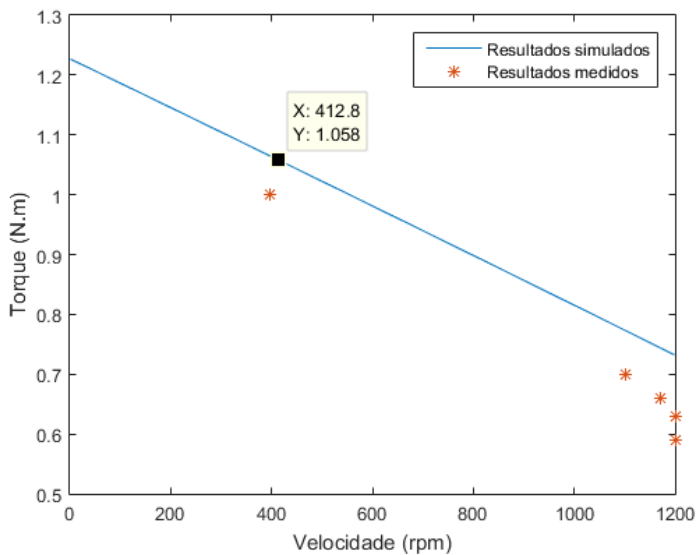
**Figura 34 - Dados medidos e calculados para o torque do motor considerando a profundidade de penetração de fluxo.**



**Figura 35 - Dados medidos e calculados para a corrente de fase do motor sem considerar a profundidade de penetração do fluxo.**



**Figura 36 - Dados medidos e calculados para o torque do motor sem considerar a profundidade de penetração de fluxo.**





Para esse caso, é perceptível que as considerações feitas no decorrer da Seção 3.1.1 estão mais de acordo com a realidade e que é vantajoso considerar a profundidade de penetração do fluxo magnético. Partindo desse ponto, os erros entre os valores encontrados em simulação considerando a penetração pelicular e no teste conduzido em laboratório são de acordo com os dados presentes no Quadro 7 e Quadro 8:

**Quadro 7 - Comparação valores ensaiados e calculados para torque.**

Velocidade(rpm)	Torque medido (N.m)	Torque calculado (N.m)	Erro(%)
1200	0,63	0,71	12,7
1171	0,66	0,72	9,1
1103	0,7	0,75	7,1
398	1	0,98	2

**Quadro 8 - Comparação valores ensaiados e calculados para corrente**

Velocidade(rpm)	Correte medida (A)	Corrente calculada (A)	Erro(%)
1200	2,32	2,2	5,5
1171	2,34	2,2	6
1103	2,4	2,22	7,5
398	2,7	2,66	1,5

Os quadros expõem a variação do erro com os efeitos da variação da carga/velocidade. Infelizmente, pelas ferramentas utilizadas (ver Quadro 9), é difícil encontrar o valor exato para o torque de carga simulado que demanda unicamente o efeito da histerese, mas provavelmente ele é inferior ao valor encontrado no Quadro 7 e o valor superior a 12% está superestimado. Por outro lado, quando considerado o efeito das correntes parasitas, parece haver uma certa compensação do erro em torno de uma subestimação desde que a consideração teórica de que o torque de histerese constante seja considerado correta.

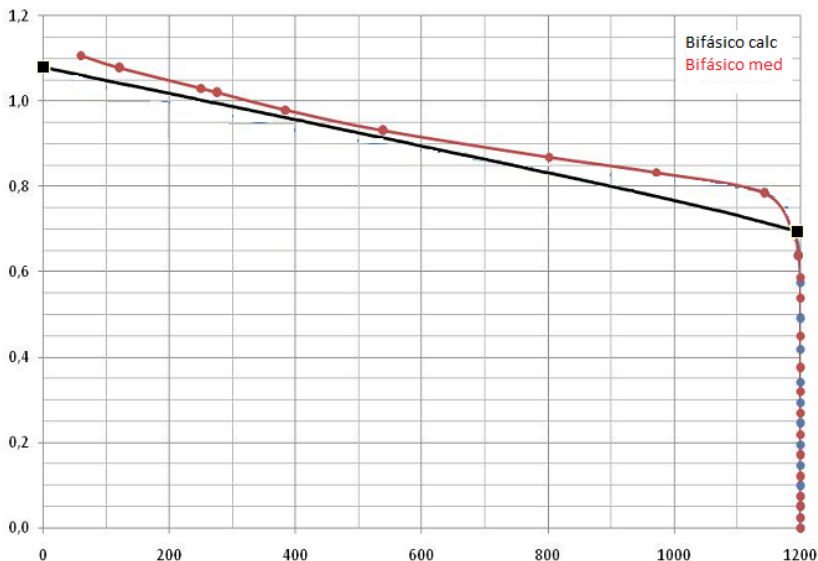
**Quadro 9 - Relação energia x Frequência.**

Freq (Hz)	Área(J/kg)
10	2,43
8	2,32
7	2,25
6	2,19
5	2,11
3	1,96

Outro aspecto é a já citada dificuldade em se impor a tensão de pico desejada (220V) sem inserir um certo conteúdo harmônico pela fonte

controlável. Para este caso, o THD (taxa de distorção harmônica) foi de 2%. O motor de histerese é bastante susceptível à presença de harmônicas de indução e existem vários trabalhos que propõem maneiras de contornar as dificuldades nesse sentido. Inclusive, no motor usado como teste, as ranhuras do estator são fechadas com uma cunha de permeabilidade relativa igual a 5 a fim de que atenuar esse efeito.

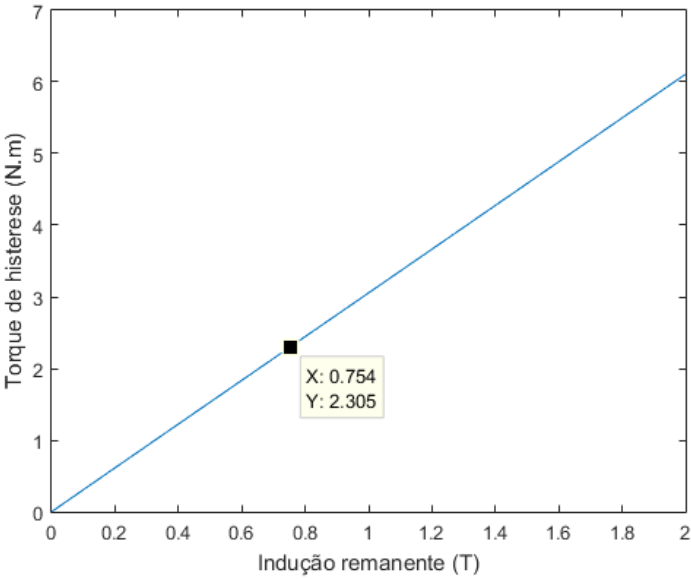
**Figura 37 – Torque (N.m) vs Velocidade (rpm)**



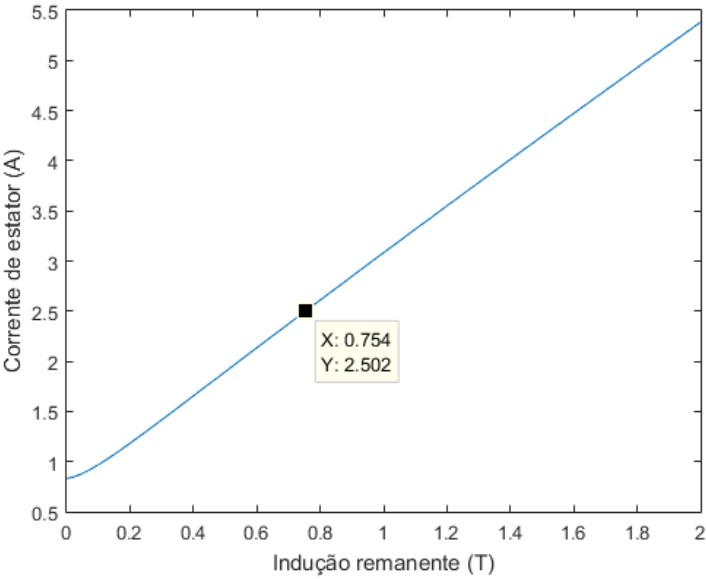
Ao se considerar a curva de torque do fabricante em relação à medida (Figura 37), verifica-se com maior facilidade a relação entre os valores calculados e medidos com o desempenho da abordagem elíptica. Supondo que as medições foram feitas em condições ideais, há uma boa similaridade entre essas curvas.

O método do paralelogramo, conforme visto anteriormente, é usado basicamente com carga nominal já que não estão inseridos os efeitos de correntes parasitas à exceção de alguns poucos casos na literatura (RAHMAN, 1973). Da forma como os cálculos são realizados, os resultados dependem da indução remanente prevista no material do anel. Valores do torque para variações de indução podem ser mais bem observados na Figura 38.

**Figura 38 -  $B_r(T)$  vs Torque (N.m)**



**Figura 39 -  $B_r(T)$  x Corrente do estator(A)**



Como observado na Figura 38, os resultados para a indução remanente calculada - curva de 1 T, cerca de 0,735 T – apresenta bons resultados para a corrente estatórica enquanto são ruins para o cálculo de torque. Para um torque equivalente ao medido, o método demanda que um valor da indução remanente não deveria exceder cerca de 0,2 T.

Além dos problemas supracitados para o caso da elipse - a presença de harmônicas e a dificuldade em se obter medições precisas quando se procura maior rigor nos resultados - o método do paralelogramo tem desvantagens como a simplificação em demasia para o circuito equivalente utilizado na Figura 24, assim como a falta de uma metodologia formal mais adequada para obter os elementos diferenciados da Figura 23, pois os valores das permeabilidades saturada e não saturada são basicamente conseguidos de forma visual. Logo, o método do paralelogramo, ao ser mais simplificado em relação ao método da elipse, trata-se de uma abordagem menos adequada, ao menos para o caso estudado.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O estudo acerca de um motor de histerese bifásico de rotor cilíndrico e fluxo circunferencial foi apresentado neste texto. No primeiro capítulo, um breve encaminhamento do desenvolvimento histórico a respeito do eletromagnetismo é apresentado até desembocar no efeito da histerese magnética. Ainda que seja uma máquina centenária e sua evolução não tenha seguido os passos de outros motores afins como a máquina de indução, ainda é bastante utilizada em situações com fins didáticos, de pesquisa, além de possibilitar projetos de novas topologias.

Vários trabalhos mais recentes procuram relacionar técnicas de simulação numéricas com o motor de histerese de fluxo axial, aparentemente o mais utilizado motor “puro” desse tipo no mercado e que surge com força em artigos científicos mais recentes. Uma análise do motor de histerese cilíndrico de fluxo circunferencial, objeto de estudo deste texto, pode ser estendida de acordo com algumas referências para a análise desse motor. Mais do que isso, seguindo essa mesma linha, basicamente qualquer motor de histerese pode ser modelado conforme enunciado no Capítulo 3. Essa capacidade presente em circuitos equivalentes é destacada e compõe um dos grandes atrativos dessa abordagem.

No segundo capítulo, procurou-se encaixar o motor e seu escopo histórico em torno de sua evolução técnica. Ideias iniciais, surgimento de teorias, além do modo como é encarado hoje em dia estão presentes. Todas essas etapas procuram salientar a importância da modelagem a ser apresentada no capítulo subsequente, fundamental para a utilização da teoria.

No terceiro capítulo, as duas formas de modelar a histerese magnética são apresentadas. Enquanto o método da elipse é bastante intuitivo, mas demanda um bom instrumental para conseguir se obter os valores desejados, o método do paralelogramo é mais complexo embora normalmente seja bastante simplificado quando utilizado. Com a principal diferença entre ambos na maneira de visualizar a histerese magnética, suas origens são apresentadas, assim como os pontos de conciliação a fim de facilitar o seu entendimento, sendo que, inclusive, alguns textos apontam o método da elipse como sendo uma possível simplificação do método do paralelogramo.

Um outro ponto possível é a extensão dos conhecimentos adquiridos na análise de outros motores, principalmente no que tange ao

aprimoramento de técnicas envolvendo a não linearidade do material rotórico. Além disso, as hibridizações e técnicas necessárias para torná-las viáveis fornecem várias informações úteis na realização de novas teorias.

No quarto capítulo, a apresentação do motor estudado, além dos resultados obtidos e esperados por meio de ensaios estão expostos. As abordagens são comparadas e a que segue a linha elíptica mostra-se superior. As dificuldades em se conseguir modelar o material impedem melhores resultados, assim como adquirir dados não contaminados pelo meio, além de algumas notórias incapacidades da teoria impedem melhores resultados. Esses pontos, basicamente em maior escala, acrescidos de um modelo menos sofisticado são as principais justificativas para o método do paralelogramo não ter os mesmos bons resultados que o método da elipse. É interessante perceber que, avaliando-se as referências bibliográficas, há um certo truncamento nessa parte do desenvolvimento do estudo em virtude de uma certa predileção por técnicas mais numéricas ou por apenas manusear esse ferramental em etapas do projeto à medida que são apenas itens importantes, mas não compõe necessariamente o cerne do projeto – motores híbridos, geralmente.

Para conseguir se obter os elementos dos circuitos equivalentes do motor, são utilizadas equações apresentadas nos Apêndices de A até C que são as mesmas para motores de diferentes naturezas (ímãs, indução) a partir de textos clássicos, numa prática recorrente na literatura. Por outro lado, no Apêndice D, estão inseridas as informações geométricas do motor que foram utilizadas no decorrer dos textos.

Como sugestão de trabalhos futuros, há o aprofundamento nos seguintes temas:

- Consideração de harmônicas de indução magnética nos cálculos. Há textos específicos sobre o assunto na literatura mencionada, no entanto, há boa possibilidade de existirem textos mais recentes que envolvam outros equipamentos e que podem ser aproveitados para tal estudo;
- Aprimoramento do ferramental utilizado para a modelagem existente: Há vários detalhamentos matemáticos que podem ser estudados a fim de melhorar o modo como a histerese é inserida no modelo;
- Outras abordagens para modelar a histerese magnética: textos mais recentes utilizam-se de técnicas como Jiles-Atherton e Preisach para a modelagem envolvendo método de elementos

finitos. A utilização de técnicas diferenciadas ou mesmo a simples comparação entre essas pode apontar melhores rumos para o estudo desse motor.

- Estudo de topologias híbridas: em um mundo recheado de patentes envolvendo as mais diferentes topologias, a possibilidade de projetar rotores com configurações que fogem ao convencional pode alimentar o estudo em favor de hibridizações nos próximos anos.

## APÊNDICE A – Cálculo do fator de enrolamento

Conforme Fitzgerald, Kingsley e Umans (2006), o fator de enrolamento ( $K_w$ ) é dado pelo produto entre o fator de distribuição ( $K_d$ ) e o fator de passo ( $K_p$ ).

$$K_w = K_d K_p \quad (4.1)$$

O fator de distribuição pode ser encarado como uma equivalência entre o efeito de um grupo de bobinas que constituem um agrupamento de fase em relação ao caso de uma única bobina por grupo dessa natureza. Para estabelecer essa relação, basta conhecer  $\gamma$  e  $n$ , o ângulo entre bobinas do grupo de fase e o número de bobinas que o constituem, respectivamente.

$$K_d = \frac{\text{sen}\left(\frac{n\gamma}{2}\right)}{n\text{sen}\left(\frac{\gamma}{2}\right)} \quad (4.2)$$

Já o fator de passo corresponde à razão de fluxo útil concatenado real em relação ao caso de passo pleno. Essa relação pode ser estabelecida a partir do valor de passo de bobina ( $p_{bob}$ ) conforme (4.3).

$$K_p = \text{sen}\left(\frac{p_{bob}}{2}\right) \quad (4.3)$$

As incógnitas presentes nas equações de (4.1) a (4.3) são encontradas a partir da definição do número de par de polos ( $p$ ), de ranhuras ( $S$ ), o passo de bobina ( $p_{bob}$ ) em graus e o passo de ranhura também em graus ( $\alpha$ ). Todos os valores aqui encontrados podem ser verificados por meio da geometria do motor conforme representações que constam no Apêndice C.

$$\gamma = \frac{180 * 2 * p}{S} = \frac{180 * 2 * 3}{36} = 30 \quad (4.4)$$

$$p_{bob} = \alpha \gamma = 4 * 30 = 120 \quad (4.5)$$



Enfim, as variáveis  $K_d$  e  $K_p$  são calculadas pelas equações (4.2) e (4.3).

$$K_d = \frac{\text{sen}\left(\frac{3*30}{2}\right)}{3*\text{sen}\left(\frac{30}{2}\right)} = 0,911$$

$$K_p = \text{sen}\left(\frac{120}{2}\right) = 0,866$$

O que conduz ao fator de enrolamento ( $K_w$ ) da Equação (4.1):

$$K_w = K_d K_p = 0,866 * 0,911 = 0,788$$

## APÊNDICE B – Cálculo da resistência de enrolamento

Não há variações de cálculo para a obtenção do valor das resistências em relação ao que convencionalmente é feito. Em vista disso, o procedimento adotado seguirá Hendershot e Miller (2010). A resistência por bobina ( $R_{bob}$ ) pode ser encontrada pela Equação (4.6):

$$R_{bob} = T_c \frac{\rho_t L}{\omega_c S_w} \quad (4.6)$$

Onde  $T_c$  é o número de espiras por bobina,  $L$  é o comprimento médio do condutor,  $S_w$  é a área da secção transversal do fio  $\rho_t$  é a resistividade elétrica do condutor na temperatura de trabalho e  $\omega_c$  é o número de caminhos em cada condutor. O ajuste da resistividade de trabalho é dado pela Equação (4.7).

$$\rho_t = \rho_0 [1 + \psi(TT - T_0)] \quad (4.7)$$

Nesse caso,  $\rho_0$  é a resistividade na temperatura inicial  $T_0$ ,  $\psi$  trata-se de um coeficiente enquanto  $TT$  é a temperatura de trabalho.

Uma máquina com  $N_c$  bobinas por fase e a caminhos paralelos tem uma resistência por fase  $R_f$  dada pela Equação (4.8):

$$R_f = \frac{N_c R_{bob}}{a^2} \quad (4.8)$$

Das variáveis mencionadas, o comprimento médio do condutor ( $L$ ) pode ser dissociado em duas partes, uma interna ( $L_i$ ) e outra externa ( $L_e$ ) conforme representado na Equação (4.9):

$$L = L_i + L_e \quad (4.9)$$

A variável  $L_i$  é basicamente duas vezes o valor do comprimento de pacote ( $l$ ), Equação (4.10), enquanto  $L_e$  é duas vezes o valor da cabeça de bobina. Para calcular essa variável, foi realizada uma simplificação considerando o arco do passo de bobina como sendo o diâmetro de uma circunferência que indicaria a altura da bobina para fora do estator, essa variável identifica-se com a Equação (4.11):

$$L_i = 2l \quad (4.10)$$

$$L_e = 2 \left( 2\pi R_{ie} \frac{P_{bob}}{N_s} \right) \quad (4.11)$$

Onde  $R_{ie}$  é o raio interno do estator,  $P_{bob}$  é o passo de bobina em quantidade de ranhuras e  $N_s$  é o número de ranhuras do estator.

Aplicando o conjunto de equações de (4.6) a (4.11) de acordo com a geometria do motor conforme representações que constam no Apêndice C:

$$\begin{aligned} L_i &= 2l = 2 * 0,093 = 0,186 \\ L_e &= 2 \left( 2\pi R_{ie} \frac{P_b}{N_s} \right) = 2 \left( 2\pi 0,041 \frac{4}{36} \right) = 0,06 \\ L &= L_i + L_e = 0,186 + 0,06 = 0,25 \end{aligned}$$

Já o valor da resistividade de trabalho é:

$$\rho_t = \rho_0 [1 + \psi(TT - T_0)] = 1,72 * 10^{-8} [1 + 0,0039(60 - 25)] = 1,95 * 10^{-8}$$

Os valores encontrados para  $T_0$ ,  $\alpha$  e  $\rho_0$  foram extraídos de “Resistividade” (2015) enquanto o valor de  $T$  foi retirado dos ensaios realizados. Por fim, para as equações (4.6) e (4.8):

$$\begin{aligned} R_{bob} &= T_c \frac{\rho_t L}{\omega_c S_w} = 32 \frac{1,95 * 10^{-8} * 0,25}{1 * 0,325 * 10^{-6}} = 0,5 \Omega \\ R_f &= \frac{N_c R_{bob}}{a^2} = \frac{18 * 0,5}{1^2} = 9 \Omega \end{aligned}$$

## APÊNDICE C – Cálculo da reatância de dispersão

As duas reatâncias de dispersão consideradas são a reatância de ranhura ( $X_{1s}$ ) e a de cabeça de bobina ( $X_{end}$ ), sendo a sua soma a reatância total ( $X_1$ ) de acordo com a Equação (4.12). Como não há na literatura formulações específicas para essas grandezas para motores de histerese, foram utilizadas aquelas encontradas em textos para livros de motor de indução e motor a ímãs permanentes.

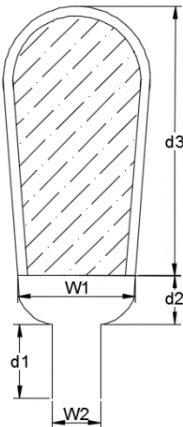
$$X_1 = X_{1s} + X_{end} \quad (4.12)$$

### C.1 Reatância de ranhura

Supondo agora a ranhura de estator presente na Figura 40: a Equação base da reatância de ranhura ( $X_{1s}$ ), segundo Alger (1965), é a que relaciona a taxa de permeância ( $P_{1s}$ ) - Equação (4.13) - com as principais dimensões da ranhura como a altura de pescoço vertical ( $d_1$ ), a altura inclinada de pescoço ( $d_2$ ), além da altura do corpo ( $d_3$ ), a abertura ( $w_1$ ) e a espessura inicial do corpo da ranhura ( $w_2$ ):

$$P_{1s} = 5 \frac{d_1}{\omega_1} + \frac{2d_2}{\omega_1 + \omega_2} + \frac{d_3}{3\omega_2} \quad (4.13)$$

**Figura 40 - Representação da ranhura do estator.**



Como existe a presença de uma cunha com permeabilidade relativa igual a 5 na abertura de ranhura do estator a fim de diminuir a presença de harmônicas no entreferro, a Equação (4.13) apresenta uma modificação no coeficiente do primeiro termo.

Já a reatância propriamente dita é dada por relações entre a frequência (f), o número de fases (m), o comprimento de pacote (l), o número de espiras efetivas (N), a taxa de permeância de ranhura ( $P_{1s}$ ) e o número de ranhuras do estator (S) conforme a Equação (4.14).

$$X_{1s} = \frac{3,16mf l N^2 P_{1s} * 10^{-7}}{S} \quad (4.14)$$

Os valores encontrados ficam:

$$P_{1s} = 5 \frac{0,0006}{0,0021} + \frac{2 * 0,0004}{0,0021 + 0,004} + \frac{0,01}{3 * 0,004} = 1,25$$

$$X_{1s} = \frac{3,16 * 60 * 2 * 0,093 * 576^2 * 1,250 * 10^{-5}}{36} = 4,06 \Omega$$

## C.2 Reatância de cabeça de bobina

O ângulo de alcance de uma bobina é dado pela Equação (4.15) por meio de sua relação com o alcance via ranhuras ( $a_b$ ) e o número de ranhuras do estator (S).

$$d_{bob} = 360 \frac{P_{bob}}{S} \quad (4.15)$$

Já o raio da circunferência da cabeça de bobina ( $R_e$ ) está na Equação (4.16).

$$R_e = \frac{\pi * R_{ie} * d_{bob}}{360} \quad (4.16)$$

Onde  $R_{ie}$  é o raio interno do estator. A área ocupada pela bobina em uma ranhura ( $D_w$ ) está na Equação (4.17).

$$D_w = \sqrt{\frac{S_w N_c}{\pi}} \quad (4.17)$$

$S_w$  é a área ocupada por um fio da bobina e  $N_c$  é o número de espiras por bobina. A partir desses resultados pode se encontrar a distância média geométrica da bobina ( $R$ ) por meio da Equação (4.18).

$$R = 0,4349 \sqrt{\frac{\pi D_w^2}{4}} \quad (4.18)$$

Com esses valores, pode-se encontrar a reatância de cabeça de bobina ( $X_{end}$ ) pela Equação (4.19).

$$X_{end} = 2\pi f \mu_0 R_e N_c^2 \left[ \log \left( \frac{8R_e}{R} \right) - 2 \right] \quad (4.19)$$

E os valores para esse motor ficam:

$$d_{bob} = 360 \frac{a_b}{N_s} = 360 \frac{4}{36} = 40$$

$$R_e = \frac{\pi * R_{ie} * d_{bob}}{360} = \frac{\pi * 0,041 * 40}{360} = 0,0143$$

$$D_w = \sqrt{\frac{S_w N_c}{\pi}} = \sqrt{\frac{3,255 * 10^{-7} * 32}{\pi}} = 0,00182m$$

$$R = 0,4349 \sqrt{\frac{\pi D_w^2}{4}} = 0,4349 \sqrt{\frac{\pi 0,00182^2}{4}} = 7,018 * 10^{-4} m$$

$$X_{end} = 2\pi 60 * 4 * \pi * 10^{-7} * 0,014332^2 \left[ \log \left( \frac{8 * 0,0143}{7,018 * 10^{-4}} \right) - 2 \right]$$

$$= 0,021\Omega$$

## APÊNDICE D – Rotinas em MATLAB

### D.1 Rotina para método da elipse

```
%Motor de histerese de fluxo circumferencial.
function [] = mhcb1()

clear;
clc;
close all;
format long;

%Medidas do ensaio realizado com o freio de
Foucault.
%Peso %RPM
M = [0.360 228;0.340 425; 0.320 622; 0.300 838;
0.280 1154; 0.260 1180; 0.240 1191; 0.220 1198;
0.200 1200];
ba = 0.27; %Braço de alavanca.
g = 9.81;
Pg_c = M(:,1)*g;
Tq_c = Pg_c *ba;
M2 = [M(:,2) Tq_c]; %Estendendo a curva, o
torque a 0rpm é 1.03Nm

Dados_e = [1200 0.58 2.31;1200 0.61985 2.32; 1171
0.6468 2.34; 1103 0.687225 2.4; 398 0.983 2.7];

%INICIALIZA VARIÁVEIS;
%DADOS GERAIS DE ENTRADA.
p = 3; %Número de par de
polos;
V = 220; %Tensão RMS de
entrada;
f = 60; %Frequencia da
rede;
m = 2; %Número de fases.
mu0 = 4*pi*10^(-7); %Permeabilidade
magnética no vácuo;
```

```

n = 36; %Número de
ranhuras;
p_w = 4; %Passo de
enrolamento;.
alc = 4; %Alcance de
bobina;
lm = 0; %Indutância de
magnetização;
rh = 0; %Resistência de
histerese;
re = 0; %Resistência de
corrente parasita;
ds = 0.001; %Passo do
escorregamento;
w_b = clc_wb(f); %Velocidade em
rad/s da frequencia base de calculos.
d_bob = 360*alc/n; %Ângulo da bobina
em graus;
s = (1-ds):-ds:ds; %Variação do
escorregamento.

%DADOS DE ENTRADA - GEOMETRIA;
l = 93e-3; %Comprimento de pacote
(em m);
d_s = (360/n)*p_w*pi/180; %Graus entre entrada e
saída de condutores em radianos;
d_s2 = (360/n)*p_w; %Graus entre entrada e
saída em graus mecânicos.
rie = 41e-3; %Raio interno do
estator;
dri = 51.5e-3; %Diâmetro interno do
anel do rotor;
dre = 81.3e-3; %Diâmetro externo do
anel do rotor;

rri = dri/2; %Raio interno do anel
do rotor;
rre = dre/2; %Raio externo do anel
do rotor;
t_r = rre - rri; %Espessura do anel do
rotor;
rmr = (rri + rre)/2; %Raio médio do anel
histerético;

```





```

alph = 0.003862; %alpha da
equação da temperatura para o cobre;

dt = Tf - Ti; %Variação de
temperatura.
rho_cuT = rho_cu*(1+alph*dt); %Resistividade à
temperatura de operação;

%Enrolamentos - dados gerais;
d_avg_22 = 0.6438e-3; %Diâmetro do
AWG22(em m);
s_avg_22 = 0.3255e-6; %Área do AWG22
(em m2);
n_gbt = 12; %Número de
grupos de bobinas total.
n_bg = 3; %Número de
bobinas por grupo.
n_eb = 32; %Número de
espiras por bobina.

n_bf = n_gbt/m; %Número de
bobinas por fase.
n_gbf = clc_gbf(n_gbt, m); %Número de
grupos de bobinas por fase
n_ef = clc_ef(n_gbf, n_bg, n_eb); %Espiras por
fase.
n_gp = n_gbt/(2*p); %Número de
grupos de bobinas por polo.
n_sp = n/n_gbt; %Número de
ranhuras por phase belt.
W = n_ef;

%Cálculo dos fatores de enrolamento;
d_bob_m = 2*pi*rie*d_bob/360; %Comprimento do
alcance de bobina; É multiplicado por dois
%em virtude de
ser cada uma das cabeças de bobina (cima e baixo).
R_e = d_bob_m/2; %Variável Re
para cálculo da cabeça de bobina;
gamma = clc_bp(p, n); %Ângulo elétrico
de cada ranhura;
zeta = clc_zeta(gamma, alc); %Calcula o
ângulo elétrico de alcance de cada ranhura;

```

```

K_p = clc_kp(zeta); %Fator de passo;
K_d = clc_kd(n_sp, n_gp); %Fator de
distribuição;
K_e = clc_ke(K_p, K_d); %Fator de
enrolamento;
Kw = K_e;

%Cálculos para
cb = clc_cb(rie, d_s); %Comprimento da
cabeça de bobina;
es = clc_es(l, cb); %Comprimento de
uma única espira;
l_w = clc_lw(es, n_ef); %Comprimento de
fio total em uma fase.

tau = clc_tau(rmr, p); %Passo polar em
radianos - TROQUEI;
V_r = clc_V(p, tau, t_r, l); %Volume do
anel, segue a fórmula 48 de Kataoka66.
m_rot = dens*V_r; %Massa do rotor em kg;

%Dados da medição de histerese.
num5 = get_xls('E:\Dropbox\Mestrado
UFSC\Dissertação\Arquivos Excel\med5-3Hz12.xls',
'Hyst. data');

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% CÁLCULOS
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Toma as colunas de BH.
[B, H] = get_BH(num5, 4, 3); %Valores de B, H;
[B_teste, H_teste] = get_BH(num6, 3, 2);

con = 6; %Conjunto de
medições;
tam = 420; %Tamanho de cada
medição;
b = -1; %Variável
auxiliar;

%Cálculo dos mu, Hmax, Bmax. Tratamento de dados da
parte do ensaio do
material magnético.

```

```

for i = 1:(con)

    b = b + 2;
    a = b;
    b = b + tam;
    [mu(:,i), H_max(:,i), B_max(:,i)] =
    clc_val(B(a:b, 1), H(a:b, 1));
    mu_r(:,i) = mu(:,i)/(mu0);
    [S_h(:,i)] = trapz(B(a:b, 1), H(a:b, 1));
    [delta_r(:,i), delta_d(:,i)] =
    clc_delta(B_max(:,i), mu(:,i), S_h(:,i));
    [delta_r(:,i), delta_d(:,i)] =
    clc_delta(B_max(:,i), mu(:,i), S_h(:,i));
    dydx1(:,i) = diff(B(a:b, 1))./diff(H(a:b,
1))/mu0;
    dydx2(:,i) = (B(a:b, 1))./(H(a:b, 1))/mu0;

end

%teste.
JKg = (S_h./dens);
PotWkg = JKg*f;

%Torque teórico imaginando que não há profundidade
pelicular.
T_teo2 = 3*V_r*S_h(:,2)/(2*pi);
T_teo3 = 3*V_r*S_h(:,3)/(2*pi);
T_teo4 = 3*V_r*S_h(:,4)/(2*pi);
T_teo5 = 3*V_r*S_h(:,5)/(2*pi);

ref = 5;

mu = mu(:,ref); %1.21e-4;
%Rearranja valor de permeabilidade para um único
valor.
delta = delta_r(:,ref);% 0.55
%Delta;
mucomp = mu*exp(-li*delta);%mu*(exp(-
li*delta_r(ref)));

%Cálculo dos elementos de circuito e variáveis
afins.

```

```

c = clc_c(t_r, tau, delta, mu, sigm, w_b, s);
%Variável auxiliar;
[alpha, beta] = cplx_ri(c);
%Cálculo de alpha e beta;

%Simplesmente KATAOKA 66.
rh0 = clc_rh(w_b, m, Kw, W, V_r, mu, p, tau,
delta); %Rho;
re0 = clc_re(m, Kw, W, p, tau, l, t_r, res)*nn;
%Reo;
xr0 = clc_xr(w_b, m, Kw, W, V_r, mu, p, tau,
delta); %Xr0;
xg = clc_xg(w_b, m, tau, l, Kw, W, l_g, p);
%xg;

%Impedância do fio do primário.
R = clc_res(rho_cuT, l_w, s_avg_22);
%Resistência por fase com a temperatura;
X_l1 = clc_Lslt(d1, d4, d5, w1, w2, f, m, l, n_ef,
n); %Calcula a indutância de dispersão de
corpo de ranhura;
X_cab1 = clc_xcab(s_avg_22, R_e, f, n_eb);
%X_l1; %clc_Lcab; %Calcula
a indutância de cabeça de bobina;
k = 1;
%Acoplamento entre bobinas do mesmo grupo. k = 1 é
perfeito.
X_cab = 1*X_cab1*n_bf*[1+(n_bg-1)*k]*2;
Xls = li*(X_l1 + X_cab);

%%%%%%%%% CALCULANDO KATAOKA CONSIDERANDO E
DESCONSIDERANDO O EFEITO PELICULAR

mx = length(s); %Variável para
iterações.

%%%%%%%%% DESCONSIDERANDO.
ssigm_hd = 1; %clc_ssigm_h(alpha, beta, delta);
%Variável auxiliar de sigma para cálculo de rh e
re;
ssigm_ed = 1; %clc_ssigm_e(alpha, beta);
%Variável auxiliar de sigma para cálculo de re;

```

```
%%% Cálculo de Histerese sem considerar o fator de
profundidade pelicular.
```

```
for j = 1:mx
```

```
    w(j) = w_b*(1-s(j))/p;
```

```
    ZZ1(j) = 1/(rh0) + 1/(li*xr0) + 1/(li*xg) +
s(j)/re0;
```

```
    ZZ2(j) = 1/ZZ1(j);
```

```
    II(j) = V/(R + Xls + ZZ2(j));
```

```
    Vld(j) = II(j)*(R + Xls);
```

```
    Vgd(j) = V - II(j)*(R + Xls);
```

```
    aVgd(j) = abs(Vgd(j));
```

```
    Bgm(j) = pi*aVgd(j)/(sqrt(2)*w_b*Kw*W*tau*1);
```

```
    flux(j) = 2*Bgm(j)*t_r*1;
```

```
    E(j) = 4.44*Kw*W*f*flux(j);
```

```
    Ih(j) = Vgd(j)/(rh0);
```

```
    Ie(j) = Vgd(j)*s(j)/re0;
```

```
    Th(j) = m*rh0*(abs(Ih(j))^2)*p/w_b;
```

```
    Te(j) = m*(abs(Ie(j)))^2*re0*(1-
s(j))/(s(j)*(w(j))));
```

```
    Pot_h(j) = m*(abs(Ih(j))^2)*rh0*(1-s(j));
```

```
    loss_e(j) = m*(abs(Ie(j))^2)*re0;
```

```
    Pot_e(j) = m*(abs(Ie(j))^2)*re0;
```

```
    Pot_et(j) = m*(abs(Ie(j))^2)*re0/s(j);
```

```
    Pot_ent(j) = m*real(V*conj(II(j)));
```

```
    rend(j) = (Pot_h(j)+ Pot_e(j))/Pot_ent(j);
```

```
end
```

```
% subplot(2, 4, 1);
```

```
% plot(w*30/(pi), Th)
```

```
% xlabel('Velocidade(rad/s)')
```

```
% ylabel('Tq de histerese(N.m)')
```

```
% subplot(2, 4, 2);
```

```
% plot(w*30/(pi), Te)
```

```
% xlabel('Velocidade(rad/s)')
```

```
% ylabel('Tq de eddy(N.m)')
```

```
% subplot(2, 4, 3);
```

```
% plot(w*30/(pi), Th + Te)
```

```

% xlabel('Velocidade(rad/s)')
% ylabel('Tq total(N.m)')
% subplot(2, 4, 4);
% plot(w*30/(pi), abs(II))
% xlabel('Velocidade(rad/s)')
% ylabel('Corrente(A)')
% subplot(2, 4, 5);
% plot(w*30/(pi), cos(angle(II)))
% xlabel('Velocidade(rad/s)')
% ylabel('Fator de potência')
% subplot(2, 4, 6);
% plot(w*30/(pi), rend)
% xlabel('Velocidade')
% ylabel('Rendimento')
% subplot(2, 4, 7);
% plot(w*30/(pi), Pot_ent)
% xlabel('Velocidade')
% ylabel('Pot. entrada')
% subplot(2, 4, 8);
% plot(w*30/(pi), Pot_h + Pot_e)
% xlabel('Pot. saída')
% ylabel('Potência de saída')

dad_c = [2.31 2.32 2.34 2.4 2.7];
dad_t = [0.59 0.63 0.66 0.7 1];
dad_v = [1200 1200 1171 1103 398];

figure
plot(w*30/(pi), abs(II))
hold on
plot(dad_v , dad_c, '*')
xlabel('Velocidade (rpm)')
ylabel('Corrente de estator (A)')
legend('Resultados simulados', 'Resultados
medidos')

figure

plot(w*30/(pi), Th + Te)
hold on
plot(dad_v , dad_t, '*')
xlabel('Velocidade (rpm)')
ylabel('Torque (N.m)')

```

```

legend('Resultados simulados', 'Resultados
medidos')

%%%%%%%%% CONSIDERANDO PROFUNDIDADE PELICULAR.
ssigm_h = clc_ssigm_h(alpha, beta, delta);
%Variável auxiliar de sigma para cálculo de rh e
re;
ssigm_e = clc_ssigm_e(alpha, beta);
%Variável auxiliar de sigma para cálculo de re;

rh = clc_ele(ssigm_h, rh0);
%rh;
re = clc_ele(ssigm_e, re0);
%re;
xr = clc_ele(ssigm_h, xr0);
%xr;

test = rh*sin(delta)*sin(delta);
xrl = xr*cos(delta)*cos(delta);

%Torque considerando apenas a impedância em
separado do rotor.
for j = 1:mx

    w(j) = w_b*(1-s(j))/p;
    Zr(j) = (1/rh(j) + s(j)/re(j) + 1/(li*xr(j)));
    Zr(j) = 1/Zr(j);
    ZZ1(j) = 1/(li*xg) + 1/Zr(j);
%Impedância do circuiFto. Escorregamento 1 até 0.
    ZZ2(j) = 1/ZZ1(j);

    II(j) = V/(R + Xls + ZZ2(j));
    Vld(j) = II(j)*(R + Xls);
    Vgd(j) = V - II(j)*(R + Xls);
    aVgd(j) = abs(Vgd(j));
    Bgm(j) = pi*aVgd(j)/(sqrt(2)*w_b*Kw*W*tau*1);
    flux(j) = 2*Bgm(j)*t_r*1;
    E(j) = 4.44*Kw*W*f*flux(j);
    Ih(j) = Vgd(j)/(rh0);
    Ie(j) = Vgd(j)*s(j)/re0;

    Th(j) = m*rh0*(abs(Ih(j))^2)*p/w_b;

```



```

    Te(j) = m*(abs(Ie(j)))^2*re0*(1-
s(j))/(s(j)*(w(j)));
    Pot_h(j) = m*(abs(Ih(j))^2)*rh0*(1-s(j));
    loss_e(j) = m*(abs(Ie(j))^2)*re0;
    Pot_e(j) = m*(abs(Ie(j))^2)*re0;
    Pot_et(j) = m*(abs(Ie(j))^2)*re0/s(j);
    Pot_ent(j) = m*real(V*conj(II(j)));
    rend(j) = (Pot_h(j)+ Pot_e(j))/Pot_ent(j);

```

```

end

```

```

% figure
% subplot(2, 4, 1);
% plot(w*30/(pi), Th)
% xlabel('Velocidade(rpm)')
% ylabel('Tq de histerese(N.m)')
% subplot(2, 4, 2);
% plot(w*30/(pi), Te)
% xlabel('Velocidade(rpm)')
% ylabel('Tq de eddy(N.m)')
% subplot(2, 4, 3);
% plot(w*30/(pi), Th + Te)
% xlabel('Velocidade(rpm)')
% ylabel('Tq total(N.m)')
% subplot(2, 4, 4);
% plot(w*30/(pi), abs(II))
% xlabel('Velocidade(rpm)')
% ylabel('Corrente(A)')
% subplot(2, 4, 5);
% plot(w*30/(pi), cos(angle(II)))
% xlabel('Velocidade(rpm)')
% ylabel('Fator de potência')
% subplot(2, 4, 6);
% plot(w*30/(pi), rend)
% xlabel('Velocidade')
% ylabel('Rendimento')
% subplot(2, 4, 7);
% plot(w*30/(pi), Pot_ent)
% xlabel('Velocidade')
% ylabel('Pot. entrada')
% subplot(2, 4, 8);
% plot(w*30/(pi), Pot_h + Pot_e)
% xlabel('Pot. saída')

```

```

% ylabel('Potência de saída')

figure
plot(w*30/(pi), abs(II))
hold on
plot(dad_v , dad_c, '*')
xlabel('Velocidade (rpm)')
ylabel('Corrente de estator (A)')
legend('Resultados simulados', 'Resultados
medidos')

figure

plot(w*30/(pi), Th + Te)
hold on
plot(dad_v , dad_t, '*')
xlabel('Velocidade (rpm)')
ylabel('Torque (N.m)')
legend('Resultados simulados', 'Resultados
medidos')

%curr_s = [40 60 80 100 120 125];
%curr_m = [2.35 2.32 2.31 2.31 2.31 2.31];

end

%Cálculo da reatância de dispersão.
function [x] = clc_Lslt(d1, d4, d5, w1, w2, f, m,
l, n_ef, n)

    ps1 = 5*d5/(w1) + 2*d4/(w1+w2) + d1/(3*w2);
    x = 3.16*f*m*l*(n_ef^2)*ps1*10^(-5)/n;

end

%Cálculo reatância de cabeça de bobina.
function [ X_end] = clc_xcab(A_wir, R_e, f, Nc)

    d_wir = sqrt(A_wir*Nc/pi);

```

```

        mu_0 = 4*pi*10^(-7);
        R = 0.4349*sqrt((pi/4)*(d_wir)^2);
        X_end =
2*pi*f*mu_0*R_e*(Nc^2)*[log(8*R_e/R)-2];

    end

%Calcula o valor do volume do anel histerético,
function [V] = clc_V(p, tau, t_r, l)

V = 2*p*tau*t_r*l;
%V = 2.95e-4;

end

%Pega valores de indução magnética e campo
magnético nas colunas.
function [B, H] = get_BH(data, col1, col2)

B = data(:,col1)*10^(-3);
H = data(:,col2);

end

%Valor do campo magnético e indução magnética
máxima;
function [mu, H_max, B_max] = clc_val (col_B,
col_H)

B_max = max(col_B); %B_max
calculado.

Fs = 60*420; % Sampling frequency
T = 1/Fs; % Sampling period
L = 420; % Length of signal
t = (0:L-1)*T; % Time vecto

Y = fft(col_H);

P2 = abs(Y/L);
P1 = P2(1:L/2+1);

```

```

P1(2:end-1) = 2*P1(2:end-1);

H_max = max(P1);
mu = B_max/H_max; %mu
calculado.

end

%Adquire valores do excel.
function [xls] = get_xls (local, sheet)

xls = xlsread(local, sheet);

end

%Ângulos delta.
function[delta_r, delta_d] = clc_delta(B_max, mu,
S_h)

delta_r = asin((mu*S_h)/(pi*B_max^2));
delta_d = delta_r*180/pi;

end

%Cálculo da velocidade angular
function [w] = clc_wb(f)
    w = 2*pi*f;
end

%Cálculo da cabeça de bobina.
function [cb] = clc_cb(rie, d_s)
    rai = (pi*rie*d_s/(2*pi));
    cb = pi*rai; %Não esquecer que aqui está
incluso os dois lados da cabeça.
end

%Cálculo do comprimento total por fase.
function [l_w] = clc_lw(es, n_ef)
    l_w = es*n_ef;
end

```

```

%Cálculo da resistência;
function [r] = clc_res(rho, l, S)
    r = rho*l/S;
end

%Cálculo do comprimento de uma espira.
function [es] = clc_es(l, cb)

    es = 2*(l+cb);

end

%Cálculo do número de grupo de bobinas por fase.
function [n_ef] = clc_ef(n_gbf,n_bg,n_eb)

    n_ef = n_gbf*n_bg*n_eb;

end

%Cálculo de grupos de bobinas por fase.
function [n_gbf] = clc_gbf(n_gbt, m)

    n_gbf = n_gbt/m;

end

%Cálculo da reatância de magnetização;
function [xg] = clc_xg(w_b, m, tau, l, Kw, W, l_g,
p)

mu_0 = 4*pi*10^(-7);
xg = w_b^2*m*tau*l*mu_0*(Kw*W)^2/(l_g*p*pi^2);

end

function [aux] = clc_aux(w, m, Kw, W, V_r, mu, p,
tau)

aux = w*m*((Kw*W)^2)*V_r*mu/((p^2)*(tau^2));

```

end

```
%Cálculo da resistência de histerese;
function[rh0] = clc_rh(w, m, Kw, W, V_r, mu, p,
tau, delta)
```

```
a = clc_aux(w, m, Kw, W, V_r, mu, p, tau);
rh0 = a/sin(delta);
```

end

```
%%%%%%%%%%MUDEI AQUI DE 2/3 PARA 4.
%Cálculo da resistência de corrente parasita;
function[re0] = clc_re(m, Kw, W, p, tau, l, t_r,
res)
```

```
re0 = 6*m*((Kw*W)^2)*l*res/(p*tau*t_r);
```

end

```
%Cálculo da resistência de corrente parasita;
function[xr0] = clc_xr(w, m, Kw, W, V_r, mu, p,
tau, delta)
```

```
a = clc_aux(w, m, Kw, W, V_r, mu, p, tau);
xr0 = a/cos(delta);
```

end

```
%Calcula a o sigma de parasita.
function [ssigm_e] = clc_ssigm_e(alpha, beta)
```

```
%Variáveis fixas.
k = length(alpha);
ssigm_e = zeros(1, k);
```

```
for j = 1:k
```

```
    a = clc_auxn(alpha(j), beta(j));
    b = -1*clc_auxd(alpha(j), beta(j));
```

```

        ssigm_e(j) = (2/3)*(alpha(j)*beta(j)*a)/b;

    end

end

%Função específica.
function[aux_num] = clc_auxn(alpha, beta)

aux_num = cosh(2*alpha) - cos(2*beta);

end

%Função específica.
function[aux_den] = clc_auxd(alpha, beta)

aux_den = alpha*sin(2*beta) - beta*sinh(2*alpha);

end

%Calcula o sigma da histerese.
function [ssigm_h] = clc_ssigm_h(alpha, beta,
delta)

%Variáveis fixas.
k = length(alpha);
ssigm_h = zeros(1, k);

for j = 1:k

    num = clc_auxn(alpha(j), beta(j));
    den1 = clc_auxd(alpha(j), beta(j))*tan(delta);
    den2 =
alpha(j)*sinh(2*alpha(j))+beta(j)*sin(2*beta(j));
    den = den1 + den2;

    ssigm_h(j) = num/den;

end

```

end

%Calcula a variável c de Nitao, Kataoka para vários valores de

%escorregamento de 0 até 1.

%Modifiquei por  $\pi/\tau$  ao cubo como o Kataoka.

```
function [c] = clc_c(t_r, tau, delta, mu, sigm,
w_b, s)
```

%Variáveis fixas.

```
k = length(s);
```

```
c = zeros(1, k);
```

```
f1 = (pi/tau)^2;
```

```
f2 = (1i*cos(delta) + sin(delta))*sigm*w_b*mu;
```

```
    for j = 1:k
```

```
        c(j) = t_r*sqrt(f1 + f2*s(j));
```

```
    end
```

end

%Calcula a parte real(alpha) e a parte imaginária(beta) de c.

```
function [alpha, beta] = cplx_ri (val)
```

```
l = length(val);
```

```
alpha = zeros(1, l);
```

```
beta = zeros(1, l);
```

```
    for i = 1:l
```

```
        alpha(i) = real(val(i));
```

```
        beta(i) = imag(val(i));
```

```
    end
```

end

%Calcula o passo polar.

```
function[tau] = clc_tau (rma, p)
```

```
tau = rma*pi/p;
```



```

end

%Calcula o volume do anel de histerese para ferar
um polo. VERIFICAR ESSA
%FÓRMULA.
function[V_tr] = clc_vtr (p, tau, t_r, l)

V_tr = 2*p*tau*t_r*l;

end

%Calcula o valor real do elemento.
function [ele] = clc_ele(a, b)

k = length(a);
ele = zeros(1, k);

for i = 1:k

    ele(i) = a(i)*b;

end

end

%Calcula passo de bobina.
function [zeta] = clc_zeta(theta, alc)

    zeta = theta*alc;

end

%Calcula passo de bobina.
function [gamma] = clc_bp(p, S)

    gamma = 360*p/S;

end

%Calcula fator de enrolamento.

```

```

function [K_e] = clc_ke(a, b)

    K_e = a*b;

end

%Calcula fator de distribuição.
% n = Número de bobinas por cinto de fase. theta =
Ângulo entre elétrico
% entre ranhuras.
function [K_d] = clc_kd(n, q)

    K_d = sin(pi/(2*q))/(n*sin(pi/(2*n*q)));

end

%Calcula fator de passo.
%theta = o ângulo de alcance de cada bobina.
function [K_p] = clc_kp(theta)

    K_p = sind(theta/2);

end

```

## D.2 Rotina para método do paralelogramo

```

close all;
clear;
clc;

inch = 25.4/1000;
f = 60;
N = 576;
m = 2;
kn1 = 0.789; %Fator de
enrolamento. Não está no código.
D1 = 0.122; %Diâmetro
externo do estator.
D2 = 0.082; %Diâmetro
interno do estator.
D3 = 0.0813; %Diâmetro
externo do rotor.

```

```

g = (D2-D3)/2;                                %Entreferro.
D4 = 0.0515;                                   %Diâmetro
interno do rotor.
l = 93e-3;                                     %Comprimento
de pacote.
rg = D3 + g/2;                                 %Raio até o
entreferro.
Vh = pi*((D3/2)^2-(D4/2)^2)*l;
p = 3;
t = pi*D3/2/p;
h = (D3-D4)/2;

%Hc(0.8) = 4160;
%Hc(1) = 4725;

Hc = 4160;
um = 4*pi*1e-7;
ur0 = 450; %Para 0.8T;
urs = 36;   %Para 0.8T
%ur0_1 = 260;
%urs_1 = 27;
Br = 1;
R0 = 1/(ur0*um);
Rs = 1/(urs*um);
Rp = Rs - R0;

%Do Copeland 64.
Xg = 2*pi*f*(m*pi*(N*kn1)^2*um*rg*l/(8*g))*(1/p)^2;

for i = 1:2000

    Br(i) = 0.001*(i-1);
    K(i) = 1 + R0*Br(i)/Hc;
    alf(i) = asin(2-K(i))/K(i);
    alf_degree(i) = 180/pi*alf(i);

    a(i) = (K(i)-2)*cos(alf(i)) +
K(i)*sin(2*alf(i))/4-K(i)*alf(i)/2+K(i)*pi/4;
    b(i) = (2 -
K(i))*sin(alf(i))+K(i)*cos(2*alf(i))/4-3*K(i)/4;
    J(i) = 2/pi*sqrt(a(i)^2+b(i)^2);
    beta(i) = atan(abs(b(i)/a(i)));

```

```

beta_degree(i) = 180/pi*beta(i);

Hm(i) = (Hc + R0*Br(i))*(R0+Rp)/Rp;
c(i) = Hm(i)/(R0+Rp)+Hc/R0*J(i)*cos(beta(i));
d(i) = Hc/R0*J(i)*sin(beta(i));
B(i) = sqrt(c(i)^2 + d(i)^2);
gama(i) = atan(d(i)/c(i));
gama_degree(i) = 180/pi*gama(i);

fai(i) = 2*B(i)*t*l/pi;
El(i) = 4.44*f*N*kn1*fai(i);
Fl(i) = Hm(i)*h;
Ir(i) = pi*p*Fl(i)/m/sqrt(2)/N/kn1;

Rh(i) = El(i)/Ir(i)*sin(gama(i));
Xh(i) = El(i)/Ir(i)*cos(gama(i));
Ph(i) = m*Ir(i)^2*Rh(i);
Th(i) = Ph(i)/2/pi/f*p;
Rhe(i) = m*(El(i))^2/(4*Br(i)*Hc*Vh*f);
Is(i) = Ir(i) + El(i)/Xg;

end

plot(Br, abs(Is));
xlabel('Indução remanente (T)')
ylabel('Corrente de estator (A)')

figure
plot(Br, Th);
xlabel('Indução remanente (T)')
ylabel('Torque de histerese (N.m)')

%plot(Br, gama);

```



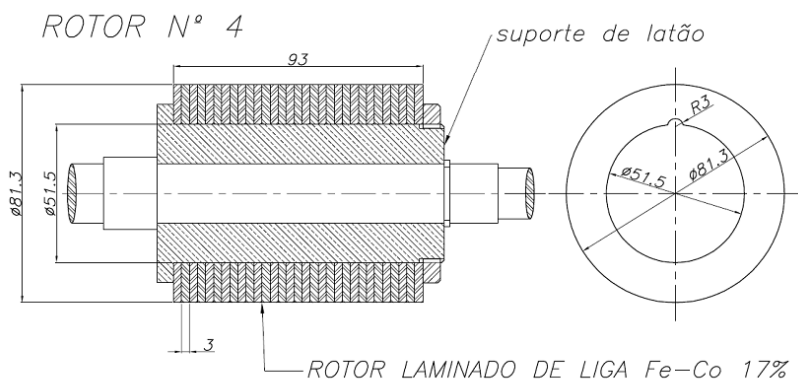
## ANEXO A - Dados do Motor de Histerese

**Quadro 10 - Dados genéricos do motor de histerese**

Fabricante	Equacional Elétrica e Mecânica Ltda
Material do estator	Usicore
Material do rotor	FeCo 17%
Polos	6
Fases	2
Tensão de alimentação	220V

**Fonte: Relatório Equacional Elétrica e Mecânica (2015).**

**Figura 41 - Dados geométricos do rotor. Extraído de Relatório técnico Equacional (2015).**

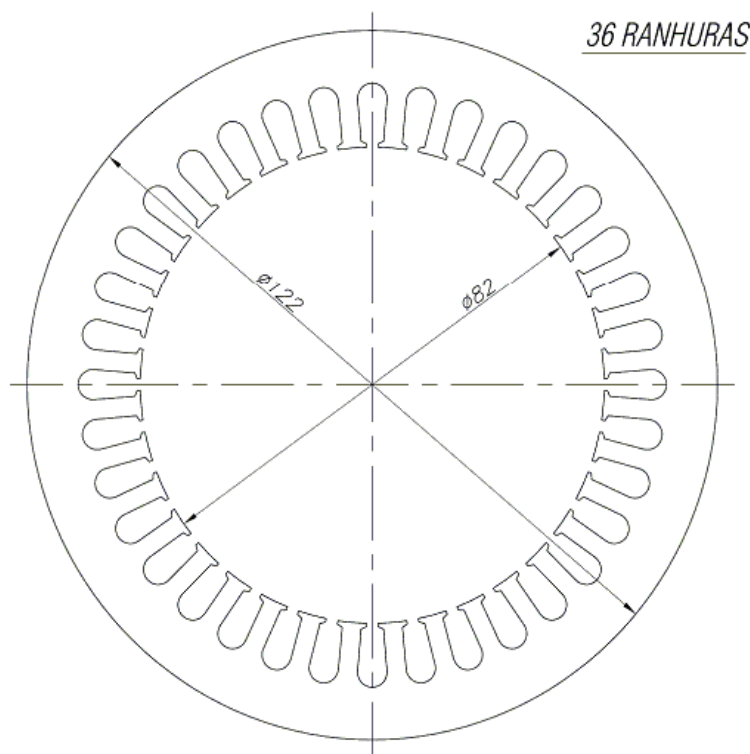
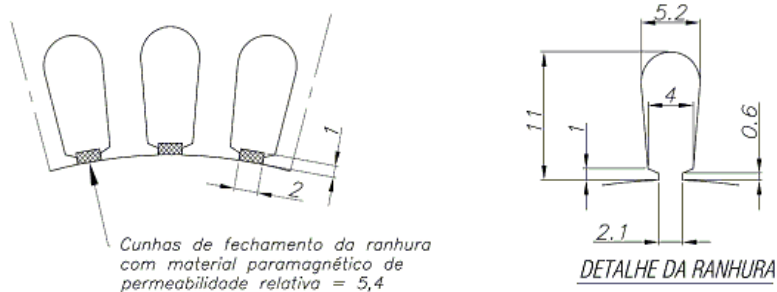


COMPOSIÇÃO DA LIGA FERRO COBALTO FUNDIDA:

C: 0,67 %    Mn: 0,54 %    Si: 0,66 %    Cr: 2,26 %  
 Ni: 0,15 %    Mo: 0,03 %    W: 7,75 %    Co: 16,8 %

Tratamento Térmico: Tempera a 780°C com resfriamento rápido em água, seguido de revenimento a 500°C com resfriamento em óleo

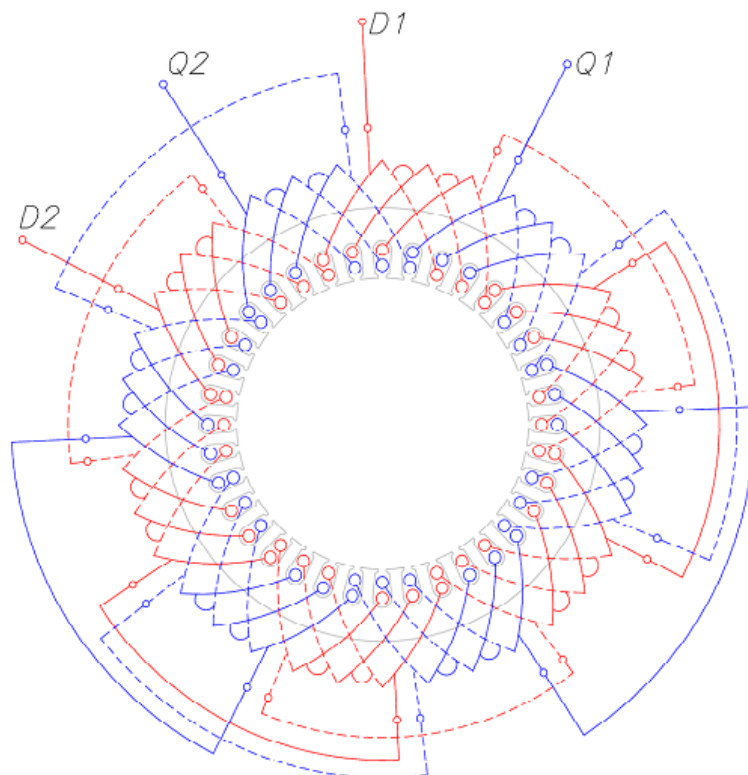
**Figura 42 - Dados das bobinas. Extraído de Relatório técnico Equacional (2015).**



COMPRIMENTO DO PACOTE MAGNÉTICO = 95mm

DESENHO DA LÂMINA DO ESTADOR Material: Chapa USICORE

**Figura 43 - Dados das bobinas. Extraído de Relatório técnico Equacional (2015).**



*ENROLAMENTO BIFÁSICO DE 6 POLOS*

*12 GRUPOS DE BOBINAS TOTAIS*

*6 GRUPOS DE BOBINAS POR FASE*

*3 BOBINAS POR GRUPO*

*32 ESPIRAS POR BOBINA*

*576 ESPIRAS POR FASE*

*PASSO: 1 a 5*

*CONDUTOR: 1N22 AWG*



## REFERÊNCIAS

- ALGER, P. L. **The nature of induction machines**. [s.l.] Gordon and Breach, 1965.
- APPLETON, R. B. **The elements of Greek philosophy from Thales to Aristotle**. [s.l.] Methuen & co., ltd., 1922.
- AZIZUR RAHMAN, M. **Field Analysis of Polyphase Hysteresis Motor; Power Apparatus and Systems**, IEEE Transactions on, 1980.
- AZIZUR RAHMAN, M.; OSHEIBA, A. M. **Steady-State Performance Analysis of Polyphase Hysteresis-Reluctance Motors; Industry Applications**, IEEE Transactions on, 1985.
- AZIZUR RAHMAN, M.; OSHEIBA, A. M. **Dynamic performance prediction of polyphase hysteresis motors; Industry Applications**, IEEE Transactions on, 1990.
- BADDEEB, O. M. A. Investigation of the dynamic Performance of Hysteresis Motors using Matlab. **Journal of Electrical Engineering**, v. 56, p. 106–109, 2005.
- BASTOS, J. P. A. **Eletromagnetismo para engenharia: estática e quase-estática**. [s.l.] Ed. da UFSC, 2004.
- BENABOU, A.; BOUAZIZ, L.; CLÉNET, S. Modelling of a hysteresis motor using the Jiles-Atherton model. **The European Physical Journal Applied Physics**, v. 29, n. 03, p. 259–265, 2005.
- BOZORTH, R. M. **Ferromagnetism**. [s.l.] Wiley, 1993.
- CAO, L.; LI, G. **Complete Parallelogram Hysteresis Model for Electric Machines; Energy Conversion**, IEEE Transactions on, 2010.
- CARLSON, J. B. Lodestone Compass: Chinese or Olmec Primacy?: Multidisciplinary analysis of an Olmec hematite artifact from San Lorenzo, Veracruz, Mexico. **American Association for the Advancement of Science**, v. 189, p. 753 – 760, 1975.
- CHALMERS, B. J.; CIRIC, I. R. Performance Analysis of Hysteresis-Reluctance Motors with Segmental Rotors. **Proceedings of the Institution of Electrical Engineers**, v. 121, n. 9, p. 991–992, 1974.

COPELAND, M. A.; SLEMON, G. R. **An Analysis of the Hysteresis Motor I - Analysis of the Idealized Machine; Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on**, 1963.

COPELAND, M. A.; SLEMON, G. R. **An Analysis of the Hysteresis Motor II-The Circumferential-Flux Machine; Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on**, 1964.

DARABI, A.; SADEGHI, M.; HASSANNIA, A. **Design Optimization of Multistack Coreless Disk-Type Hysteresis Motor; Energy Conversion, IEEE Transactions on**, 2011.

FITZGERALD, A. E.; KINGSLEY, C.; UMANS, S. D. **Máquinas Elétricas - 6.ed.: Com Introdução à Eletrônica de Potência**. 6a. ed. [s.l.] Bookman Companhia Ed., 2006.

HENDERSHOT, J. R.; MILLER, T. J. E. **Design of Brushless Permanent-magnet Machines**. [s.l.] Motor Design Books, 2010.

ISHIKAWA, T.; KATAOKA, T. Basic Analysis of Disc-Type Hysteresis Motors. **Electrical Engineering Japan (USA)**, v. 101, n. 6, p. 55–62, 1981.

JAGIELA, M.; GARBIEC, T.; KOWOL, M. **Design of High-Speed Hybrid Hysteresis Motor Rotor Using Finite Element Model and Decision Process; Magnetism, IEEE Transactions on**, 2014.

KATAOKA, T. Unified Analysis of Solid Rotor Induction and Hysteresis Motors. **Electrical Engineering in Japan**, v. 95, n. 3, p. 60–67, 1975.

KATAOKA, T.; ISHIKAWA, T.; TAKAHASHI, T. **Analysis of a hysteresis motor with overexcitation; Magnetism, IEEE Transactions on**, 1982.

KENJO, T. **What are Motors ?** Disponível em: <<http://www.nidec.com/en-IN/technology/motor/academic/002/?prt=1>>. Acesso em: 25 jan. 2016.

KIM, B. et al. **A study on the ferromagnetic layer of a single-phase written-pole motor in consideration of demagnetizing field intensity; Electrical Machines and Systems, 2007. ICEMS. International Conference on**, 2007.

KIM, H.-K.; JUNG, H.-K.; HONG, S.-K. **Finite element analysis of hysteresis motor using the vector magnetization-dependent model; Magnetism, IEEE Transactions on**, 1998.

KUBOTA, T.; WAKUI, G.; ITAGAKI, M. **Hysteresis motor using magnetically anisotropic Fe-Cr-Co magnet; Magnetics, IEEE Transactions on**, 1998.

KURIHARA, K.; RAHMAN, M. A. **Transient performance analysis for permanent-magnet hysteresis synchronous motor; Industry Applications, IEEE Transactions on**, 2004.

LEE, H.-Y. et al. **Torque computation of hysteresis motor using finite element analysis with asymmetric two dimensional magnetic permeability tensor; Magnetics, IEEE Transactions on**, 1998.

MIRIMANI, S. et al. **Electromagnetic Analysis of Hysteresis Synchronous Motor Based on Complex Permeability Concept. Iranian Journal of Electrical and Electronic Engineering**, v. 9, n. 2, p. 88–93, 2013.

MIYAIRI, S.; KATAOKA, T. **A basic equivalent circuit of the hysteresis motor. Electrical Engineering Japan (USA)**, v. 85, p. 417 – 424, 1965.

MIYAIRI, S.; KATAOKA, T. **Analysis of hysteresis motors considering eddy current effects. Electrical Engineering Japan (USA)**, v. 86, p. 67–77, 1966.

MODARRES, M.; KWON, B.-I. **Rotor design to improve dynamic performance of axial flux hysteresis motors; Electric Power Applications, IET**, 2015.

MORASH, R. T.; KNICK, R. **Written-Pole<sup>(R)</sup> motor eliminates water hammer on irrigation and municipal water systems; Rural Electric Power Conference, 2001, 2001**.

NASIRI-ZARANDI, R.; MIRSALIM, M. **Finite element analysis of an axial flux hysteresis motor based on complex permeability concept considering the saturation of the hysteresis loop; Electrical Machines Design, Control and Diagnosis (WEMDCD), 2015 IEEE Workshop on**, 2015a.

NASIRI-ZARANDI, R.; MIRSALIM, M. **Analysis and Torque Calculation of an Axial Flux Hysteresis Motor Based on Hyperbolic Model of Hysteresis Loop in Cartesian Coordinates; Magnetics, IEEE Transactions on**, 2015b.

NIASAR, A. H.; MOGHBELLI, H. **Sensitivity analysis to the design parameters of a hysteresis motor; Power Electronics and Drive Systems Technology (PEDSTC), 2012 3rd**, 2012.

NITAO, J. J.; SCHALERMANN, E. T.; KIRKENDALL, B. A. **Equivalent Circuit Modeling of Hysteresis Motors**. [s.l: s.n.].

RABBI, S. F.; RAHMAN, M. A. **Modeling and transient performance analysis of a hysteresis IPM motor; Electrical and Computer Engineering (ICECE), 2014 International Conference on**, 2014.

RABBI, S. F.; RAHMAN, M. A. **Analysis of a radial flux hysteresis IPM motor; Electrical and Computer Engineering (CCECE), 2015 IEEE 28th Canadian Conference on**, 2015.

RAHMAN, M. A. **Analytical Models for Polyphase Hysteresis Motor; Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on**, 1973.

RAHMAN, M. A. et al. **Effects of samarium cobalt permanent magnet on the performance of polyphase hysteresis-reluctance motors; Magnetics, IEEE Transactions on**, 1984.

RAHMAN, M. A.; COPELAND, M. A.; SLEMON, G. R. **An Analysis of the Hysteresis Motor Part III: Parasitic Losses; Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on**, 1969.

RAJAGOPAL, K. R. **Design of a compact hysteresis motor used in a gyroscope; Magnetics, IEEE Transactions on**, 2003.

REDDY MOULISWARARAO, S. L. V. **Dynamic Analysis of Hysteresis Motor Using Matlab/Simulink. International Journal of Engineering Research & Technology**, v. 1, n. 5, 2012.

Resistividade. In: **Wikipédia: a enciclopédia livre**. [s.l.] Wikimedia, 2015.

RIZK, J.; HELLANY, A.; NAGRIAL, M. **Design of Permanent Magnet Hysteresis Motors** Recent Researches in Geography, Geology, Energy, Environment and Biomedicine: Proceedings of the 2nd International Conference on Geography and Geology 2011. **Anais...**2011

RODRIGUES, L. Teoria e Cálculo do Motor de Histerese. **Revista Electricidade**, 2000.

SLEMON, G. R.; JACKSON, R. D.; RAHMAN, M. A. **Performance predictions for large hysteresis motors; Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on**, 1977.

SMART, D. E. **Written pole motors-a practical solution to large HP motor needs?; Rural Electric Power Conference, 1999**, 1999.

STEINMETZ, C. P. **Theory and calculation of alternating current phenomena** New YorkMcGraw-Hill Book Company, inc.; [etc., etc.], , 1916.  
Disponível em: <<http://catalog.hathitrust.org/Record/006600615>>

STEINMETZ, C. P. **Theory and calculations of electric apparatus**. New YorkMcGraw-Hill, , 1917a. Disponível em: <<http://catalog.hathitrust.org/Record/001616990>>

STEINMETZ, C. P. **Theory and calculations of electric apparatus**.New YorkMcGraw-Hill, , 1917b.

TEARE, B. R. **Theory of Hysteresis Motor Torque**. [s.l.] Yale University, 1937.

TEARE, B. R. **Theory of hysteresis-motor torque**Electrical Engineering, 1940.

WAKUI, G. **Hysteresis Motor with Reaction Torque and Its Analysis**Electrical Engineering in Japan, 1978.

WAKUI, G.; KEN'ICHI, I.; HORII, T. **Analysis of Condenser Split-Phase Hysteresis Motor; Electrical Engineering in Japan**, 1983.

ZARE, M.; NIASAR, A. H. **A novel sensorless vector control of hysteresis motor drive; Power Electronics, Drive Systems and Technologies Conference (PEDSTC), 2013 4th**, 2013.